CECSA

SERIE
COMPENDIOS
CIENTIFICOS

problemas de física

y cómo resolverlos

2a. IMPRESION

clarence
e. bennett

C. E. C. S. A.

el tutor del estudiante

ACERCA DEL AUTOR

El profesor Clarence E. Bennett es jefe del departamento de Física en la Universidad de Maine desde 1939. Previamente fue miembro de la facultad en la Universidad de Brown y del Instituto Tecnológico de Massachusetts. Posee el grado de doctor en Filosofía de la Universidad de Brown.

Es miembro correspondiente de la Asociación Americana para el Avance de la Ciencia y de la Sociedad Americana de Física, y miembro de la Asociación Americana de Profesores de Física, de la Sociedad Optica de América, y de la Sociedad Americana para la Educación en Ingeniería. Ha contribuido con artículos en revistas científicas, siendo autor de la *Física* y de la *Física sin Matemáticas* en la Serie de Compendios para Colegios, y del libro de texto *Primer Año de Física para Colegios*.

Problemas de física y cómo resolverlos ..... vuelta

11 X 25

SERIE
COMPENDIOS
CIENTIFICOS
"EL TUTOR
DEL
ESTUDIANTE"

PROBLEMAS DE FISICA

Y COMO RESOLVERLOS

CLARENCE E. BENNETT

Profesor y Jefe del Departamento
de Física en la University of Maine

COMPAÑIA EDITORIAL CONTINENTAL, S. A.
MEXICO – ESPAÑA – ARGENTINA – CHILE

SUCURSALES, DEPOSITOS Y REPRESENTACIONES EN:

Bolivia – Brasil – Colombia – Costa Rica – Dominicana – Ecuador
El Salvador – Estados Unidos – Guatemala – Honduras – Nicaragua
Panamá – Paraguay – Perú – Puerto Rico – Uruguay – Venezuela

CECSA

Título original en inglés:

PHYSICS PROBLEMS AND HOW TO SOLVE THEM

Traducido por:
Ing. Quím. MARIO JAIME VELASCO HERNANDEZ
Coordinador de Física y Jefe del Laboratorio
de Física del Instituto Politécnico Nacional, México
Coordinador de Física en la Escuela Nacional Preparatoria No. 4
Profesor de Física en la Facultad de Ciencias Químicas
en la Universidad Nacional Autónoma de México
y en la Escuela de Ingeniería Militar, México

Edición autorizada por:

BARNES & NOBLE, INC.

© by Barnes & Noble, Inc.
L. C. Catalogue Card Number: 58-8510

Primera edición en español: agosto de 1969

Segunda impresión en español: octubre de 1969

Derechos Reservados © en Lengua Española — 1969, Primera Publicación

COMPAÑIA EDITORIAL CONTINENTAL, S. A.

CALZADA DE TLALPAN NÚM. 4620, MÉXICO 22, D. F.

MIEMBRO DE LA CAMARA NACIONAL DE LA INDUSTRIA EDITORIAL
Registro Núm. 43

AV. REPÚBLICA ARGENTINA NÚM. 168, BARCELONA 6, ESPAÑA
ENTRE RÍOS NÚM. 1256, BUENOS AIRES, ARGENTINA
AMUNÁTEGUI NÚM. 458, SANTIAGO DE CHILE, CHILE

PREFACIO

La Física es, esencialmente, una ciencia cuantitativa; como Ciencia trata con el "cómo" de los fenómenos naturales y como Física trata también, necesariamente, con el "cuánto"; por esta razón se involucran problemas de naturaleza numérica en casi todos los aspectos de un primer curso de Física. El propósito de este libro es ayudar a los estudiantes a resolver los problemas que surgen cuando se estudian las relaciones entre los conceptos físicos, y encontrar que dichas soluciones pueden alcanzarse por métodos estrictamente lógicos. Brevemente, el propósito de este libro es disuadir al principiante de su creencia, muy común, de que se necesita un tipo especial de intuición para enfrentarse con los problemas que forman parte esencial de un primer curso apropiadamente organizado.

Para llevar a cabo esta meta se presenta, en forma aún más condensada que en la *Física* del mismo autor para esta serie, un breve sumario de los tópicos que generalmente se tratan en los cursos de primer año. Se presta especial atención al significado de las fórmulas, las que son sencillamente expresiones abreviadas para relacionar entre sí a los conceptos físicos. Estas fórmulas se ilustran con ejemplos resueltos detalladamente, siguiendo un procedimiento basado en un acceso lógico y en un análisis cuidadoso; de esta manera se espera que el estudiante aprenda cómo resolver y atacar los problemas de modo general, no tanto por el método seguido en los ejemplos, sino por medio de un acceso analítico y sistemático. Es una convicción del autor que hacer simplemente una lista de problemas resueltos, no ayuda al estudiante cuando se enfrenta a problemas no incluidos en dicha lista, mientras que el conocimiento del método correcto de ataque a los problemas sí debe ayudarlo a resolverlos. Es realmente sorprendente cuántos elementos son comunes a la gran variedad de situaciones que pueden presentarse en los problemas. En resumen, parece posible decir a un estudiante cómo proceder para resolver problemas, en lugar de enseñarlo a resolver cada problema individual que concebiblemente pueda encontrar.

En los temarios, las definiciones y las ecuaciones de definición juegan un importante papel, debido a que un conocimiento claro del significado de los conceptos en cuestión es absolutamente esencial como primer paso para resolver cualquier problema que incluya el concepto. Es sorprendente cuán sencillos se vuelven muchos problemas cuando se conoce por completo el significado de cada uno de los conceptos involucrados. Por supuesto una completa discusión de conceptos, que intente dar a los estudiantes un profundo conocimiento de dichos significados, es justamente en lo que consiste el libro de texto, lo que no es este libro; este libro se propone ser un suplemento al libro de texto, y aun un suplemento a un compendio de un libro típico de texto. La presentación entera de los conceptos se dirige hacia la solución de los problemas, aunque esto no siempre parezca obvio al estudiante. Se espera, sin embargo, que aunque sólo adquiera un punto de vista apropiado con relación a los problemas como una aplicación de las leyes y los principios de la ciencia, el estudiante encuentre en éste una ayuda a sus experiencias de cómo resolver problemas. Se da suficiente detalle a las definiciones y a las relaciones para proporcionar la base lógica necesaria para resolver los problemas.

Puesto que éste es un libro dedicado a la resolución de problemas de un curso de Física de primer año, sólo se incluyen aquellos temas que se prestan por sí mismos a un tratamiento cuantitativo en este nivel; esto quiere decir que no se tratan temas tales como Electrónica y Física Nuclear pues, en la mayoría de los textos elementales de Física, estos temas se tratan de una manera más o menos descriptiva y cualitativa. En estos temas, se hacen preguntas en lugar de problemas numéricos, ya que en este caso se necesitan conocimientos más allá del ámbito de un curso de Física de primer año. Por otra parte, es esencial un conocimiento apropiado de un panorama de Física Clásica para entender los más modernos aspectos de la Física, lo que constituye una amplia justificación para limitarse aquí al tratamiento de aquellos temas que llevan a problemas generalmente difíciles para el estudiante del primer año.

No se pretende que todos los problemas de este libro sean originales del autor; a través de los años, un maestro acumula una lista de preguntas y de problemas de examen cuyos orígenes precisos son generalmente difíciles de trazar. Muchos de

los problemas de este texto tienen su origen en esa lista; algunos de ellos representan también un esfuerzo conjunto del autor y sus colegas, pasados y presentes, en un periodo considerable; por esta ayuda indirecta de personas demasiado numerosas para mencionarlas, el autor está verdaderamente agradecido.

CONTENIDO

Acerca del Autor 2

Prefacio 5

1 Introducción 11

PARTE I. MECANICA

2 La Naturaleza de las Fuerzas 21
3 Cinemática del Movimiento de Traslación 41
4 Trabajo y Energía 67
5 Movimiento de Rotación 77
6 Movimientos Periódicos 89

PARTE II. PROPIEDADES DE LA MATERIA Y SONIDO

7 Estática de la Elasticidad y Mecánica de los Fluidos .. 97
8 Movimiento Ondulatorio y Sonido 117

PARTE III. CALOR

9 Naturaleza del Calor y de la Temperatura 129
10 Calorimetría 137
11 Trasmisión de Calor y Termodinámica 143

PARTE VI. ELECTRICIDAD Y MAGNETISMO

12 Electrostática 153
13 Corriente Eléctrica 169
14 Magnetismo y Efectos Magnéticos de la Corriente Eléctrica 185
15 Inducción Electromagnética 199

PARTE V. LUZ

16 Naturaleza de la Luz 219
17 Optica Geométrica 231
18 Optica Física 263

Apéndice

Símbolos, Conceptos y Unidades 267
Respuestas de los Problemas 271
Indice 281

Capítulo 1

INTRODUCCION

La Física es el estudio del mundo físico y, por tanto, trata principalmente de los conceptos; algunos de éstos los reconoce fácilmente el principiante debido a su importancia cotidiana; otros son mucho más abstractos en su naturaleza y se aprecian sólo después que han sido definidos o derivados con precisión. Aun los primeros deben ser precisamente definidos para que sean útiles en el sentido científico, a pesar de que esto parece innecesario al principiante, el que por lo general se satisface con expresiones meramente cualitativas. Es necesario que el estudiante comprenda la importancia de las definiciones en Física, pues de otro modo nunca adquirirá el "sentido" apropiado para las relaciones, comúnmente llamadas fórmulas, que existen entre los conceptos y que hacen posible la solución de los problemas de Física.

La falla en este conocimiento tiene generalmente, como consecuencia, el punto de vista de que la Física es una colección de fórmulas y problemas, donde los últimos deben resolverse por memorización y sustitución de valores en las primeras. Así los problemas que se resuelven por la mayoría de los estudiantes se vuelven una simple manipulación algebraica, sustituyendo valores numéricos en una fórmula para así calcular el valor de la cantidad "incógnita".

Naturalmente estos estudiantes tienen gran aprecio por grandes y bien clasificadas colecciones de fórmulas. En verdad se encuentran perdidos si una de dichas colecciones no incluye una fórmula para cada problema concebible que puedan encontrar: no es de asombrarse que muchos estudiantes se frustren y lleguen a la conclusión que el primer curso de Física se encuentra fuera de su alcance. La dificultad es, indudablemente, la actitud relativa al valor de las definiciones de conceptos físicos y a la

manera lógica como se relacionan entre sí para que puedan expresarse cualitativa así como cuantitativamente.

Por supuesto, esto no quiere decir que no se necesite recordar ciertas fórmulas; no hay sustituto para la memoria en el proceso de aprendizaje, pero esto no debe confundirse con la memorización. Un estudiante tendrá relativamente poca dificultad en recordar aquellas cosas que sabe y con las que se siente bien familiarizado, especialmente si se da cuenta de su significado y si, además, el número de tales cosas puede reducirse a un mínimo. Esta última condición es particularmente aplicable a la Física, donde la organización de los temas es tan completa, que solamente unas pocas relaciones básicas, o leyes naturales, explican mucho. En otras palabras, el estudiante puede fácilmente deducir por sí mismo muchas de las relaciones de menor importancia a partir de tan sólo unas pocas relaciones básicas, si *verdaderamente* conoce el significado de los conceptos involucrados, sobre todo si estas relaciones han sido derivadas por él mismo o por su maestro, o bien, las ha visto desarrolladas en su texto; de este modo adquiere el conocimiento necesario que engendra familiaridad la cual, a su vez, hace que sea difícil olvidar los factores importantes involucrados.

Lenguaje matemático. Como ya se ha señalado, los conceptos son muy importantes en Física; en virtud de que de sus definiciones precisas se deducen ciertas relaciones lógicas entre ellos, la mayoría de éstos son expresados sin ambigüedad por medio del lenguaje matemático, puesto que las matemáticas son una forma de la lógica simbólica. En realidad, muchos de los conceptos se definen mejor por medio de expresiones matemáticas llamadas ecuaciones de definición, en donde letras únicas toman el lugar de palabras y donde las relaciones expresadas en frases se reemplazan por el lenguaje abreviado de los símbolos.

Como un ejemplo sencillo, consideremos el concepto de velocidad media que se define como un desplazamiento dividido entre el tiempo (estos conceptos se discutirán posteriormente). Utilizando el símbolo de $\bar{v}$ para la velocidad media, s para el desplazamiento y t para el tiempo, la ecuación de definición para la velocidad media se escribe:

$$\bar{v} = \frac{s}{t},$$

la que se reconoce como una expresión matemática. Como una consecuencia también se deduce que:

$$s = \bar{v}t \quad \text{y} \quad t = \frac{s}{\bar{v}}.$$

Estas expresiones pueden ser muy apropiadas como las fórmulas para calcular respectivamente el desplazamiento y el tiempo, pero no son ecuaciones de definición para esos conceptos, puesto que fueron derivadas de la ecuación que define la velocidad media. Así, si la velocidad media y el tiempo se especifican para alguna situación física, es escasamente un asunto de memorizar una fórmula para determinar el desplazamiento, puesto que hay muchas fórmulas que expresan el desplazamiento en términos distintos que la velocidad y el tiempo. Si se sabe exactamente lo que significa el concepto de velocidad media, es decir, si se sabe que, por definición $\bar{v} = \frac{s}{t}$, se deduce fácilmente que $s = \bar{v}t$, sin que sea necesario memorizar esta última relación.

Sin duda este ejemplo ha sido muy sencillo, pero este principio se aplica en grado variable a prácticamente todas las fórmulas. No es que alguna fórmula no se necesite en la solución de un problema dado, sino que las relaciones básicas entre los conceptos son más importantes. A partir de una relación básica, que por lo general es simplemente una ecuación de definición, el estudiante puede expresar la incógnita en función de las cantidades conocidas por medio de manipulaciones relativamente sencillas. Evidentemente, cuanto más complicada sea la situación, será más necesario comprender la naturaleza básica de cada concepto involucrada en una relación dada, con objeto de manejarla con éxito y encontrar la respuesta deseada.

Se puede argüir que lo que realmente se conoce son los conceptos y que sus relaciones salen por sí mismas; esto, sin embargo, es irrealizable para el principiante. Por tanto, un número limitado de las fórmulas más importantes deben recordarse pero sólo porque tienen significado y no deben memorizarse como lo haría un loro.

Por esto es que las matemáticas se convierten en un lenguaje abreviado de la Física; reemplazan palabras engorrosas para aquellas personas que comprenden su simbolismo, pero

evidentemente carecen de sentido y son por completo confusas para aquellas personas que intenten sólo memorizar las expresiones abreviadas para su propio uso. El simbolismo es sólo un medio para llegar al fin y bajo ninguna circunstancia podrá convertirse en el fin mismo, especialmente en el nivel elemental.

Una dificultad que debe aclararse a los estudiantes, una vez que han apreciado el valor de las definiciones y de las ecuaciones de definición, es aquella unida a la vaguedad con la que los términos técnicos comunes son usados por los profanos. Aunque el principiante se satisface por lo general con el uso vago de las palabras, pronto descubrirá que esta vaguedad complica enormemente la tarea de comprender en forma apropiada las relaciones. En verdad, llega a la conclusión que existe una desesperada confusión que lo lleva a la aparente necesidad de memorizar una multitud de detalles triviales. Sin embargo, si lo piensa de modo suficiente, llegará a apreciar que el uso apropiado de los términos técnicos realmente simplifica la situación en lugar de complicarla, como aparece a primera vista. Desgraciadamente, la mayoría de los cursos de Física deben avanzar tan rápidamente que muchos estudiantes nunca logran este resultado. Es de esperar que este texto deba ayudar a estos estudiantes a adquirir un punto de vista apropiado y así les sea de valor como un complemento a su libro de texto.

Importancia de los problemas en Física. Se ha señalado que cuando los conceptos se definen con precisión, se obtienen necesariamente las relaciones que los ligan, y que se pueden emplear métodos matemáticos para expresar esta relación; el estudiante debe comprender que manejando estas expresiones matemáticas generalmente pueden hacerse ciertas deducciones que no son aparentes a primera vista. Estas relaciones pueden ser derivadas de otras relaciones hasta que en último análisis pueda acumularse un grupo verdaderamente sustancial de conocimientos con relación al grupo de conceptos. Evidentemente estas relaciones serán las fórmulas que se utilizarán para resolver las preguntas que surjan con relación a los fenómenos naturales: de este modo, se plantean los problemas a todo lo largo del estudio de la Física. Realmente, estos problemas constituyen el aliento vital de la ciencia aunque, claro, esto no significa que la Física sea una colección de problemas. Por tanto, el estudiante de Física debe estar preparado para resolver problemas, y en particular problemas formulados en lenguaje matemático, si es que progresa más allá de la etapa de las definiciones.

Ya se ha dicho que a menos que uno pueda vérselas con el aspecto cuantitativo de las relaciones físicas, es decir, excepto que uno pueda responder al "cuánto" así como al "cómo", uno no sabrá mucho de Física. En consecuencia, los problemas en Física son numéricos, y ciertamente esto sugiere matemáticas. Sin embargo, se debe repetir que la manipulación matemática, sin tener en cuenta el significado de los símbolos, no es lo que se conoce como Física. En otras palabras, utilizar sólo un grupo de fórmulas para sustituir valores numéricos en ellas y encontrar la incógnita resolviendo las operaciones aritméticas, es difícilmente la meta apropiada que debe alcanzar un estudiante serio de Física.

El problema real es comprender la situación física, el reconocimiento de los conceptos involucrados, la reunión de las definiciones precisas de estos conceptos y la manipulación del lenguaje simbólico utilizado para expresar sus relaciones y llegar al resultado en una respuesta inteligente a la pregunta específica solicitada. Todo esto constituye un reto al estudiante, reto que es bien venido para el estudiante serio porque éste se dará cuenta que cuanto mayor sea la discusión con respecto a los conceptos de la ciencia, más aprenderá con relación a ella.

Así, los problemas que es costumbre encontrar en los cursos de Física de primer año están encaminados a ayudar al proceso de aprendizaje. Existen verdaderas oportunidades para que el estudiante pruebe su comprensión de la materia, que evidentemente no podrá abordarse antes de estudiarla. Puesto que los problemas representan un aspecto tangible de las lecciones, se presenta la tendencia en algunos estudiantes de abordar los problemas primero aun antes de leer la lección misma; por supuesto, éste es precisamente el modo equivocado de estudiar. Hasta que el estudiante piense con certeza que comprende la materia y se encuentre listo para aprobarla, no podrá ensayar a resolver los problemas. En realidad, si el estudiante sigue el método correcto tal como se ha esbozado, los problemas generalmente no tendrán para él ninguna o muy poca dificultad.

Conceptos básicos vs. conceptos derivados. Tomando en cuenta los conceptos que forman la Física, se hace evidente que ciertos conceptos son más básicos o fundamentales que otros. Como ya se ha dicho, cada nuevo concepto debe o ser definido o ser derivado de otros anteriores; si el estudio debe tener algún significado es de pensar que debe principiarse con algo, es decir, que en alguna parte al principio del proceso un cierto número pequeño de estos conceptos debe aceptarse por ser imposible definirlos en términos de otros más sencillos. En realidad, se ha encontrado que sólo *tres* de estos conceptos, entre todos los demás que se encuentran en la gran rama de la Física llamada Mecánica, no pueden ser definidos o derivados: estos conceptos son la *longitud*, la *masa* y el *tiempo*. Estos conceptos deben ser aceptados por el estudiante como palabras o términos que tienen un significado común para toda la gente sin ninguna elaboración posterior; en otras palabras, la longitud es simplemente longitud, la masa es simplemente masa, y el tiempo es simplemente tiempo; explicaciones adicionales de estos conceptos son imposibles. Una poca de reflexión muestra que, en realidad, no es el concepto de longitud el que incomoda al estudiante, sino más bien cuán largo es un objeto. Lo mismo puede decirse con relación a la masa y al tiempo. Sólo cuando se esté de acuerdo en esto, se puede pasar a la etapa de considerar todos los demás conceptos que siguen a estos tres. Así, la velocidad media, $\bar{v}$, antes mencionada y que se considerará más detalladamente después, se define como:

$$\bar{v} = \frac{s}{t},$$

donde s es esencialmente una longitud y t un tiempo. Análogamente, la cantidad de movimiento (que se verá después) se define como el producto de la masa y la velocidad, o sea mv. La energía cinética será definida después como sigue:

$$E_c = \tfrac{1}{2}mv^2$$

La velocidad, la cantidad de movimiento y la energía cinética son ejemplos de los llamados conceptos derivados, de los cuales existen muchos en Física.

Patrones y unidades. Refiriéndonos nuevamente a la determinación de lo largo de un objeto, es claro que debe establecerse una unidad de longitud, por medio de la cual se exprese lo largo de cualquier cosa de modo cuantitativo. Debido a que

sólo son básicos los tres conceptos de longitud, masa y tiempo, se deduce que sólo se necesitan tres unidades básicas de medida para expresar la cantidad de longitud, la de masa y la de tiempo en cualquiera de todas las situaciones mecánicas.

El establecimiento de las unidades es solamente un asunto de común acuerdo y de observancia legal. La distancia entre dos líneas grabadas en una cierta barra de platino iridiado, se define como la unidad patrón de longitud, llamada el *metro prototipo internacional*, en el sistema métrico de unidades. Otro patrón es la *yarda británica* en el sistema inglés. El metro (m) se subdivide en 100 partes iguales, los centímetros (cm), y cada uno de ellos es el equivalente a 10 milímetros. (mm). La yarda (yd) tiene 3 pies, cada pie es equivalente a 12 pulgadas (plg). El factor de conversión entre los dos sistemas está dado por la siguiente relación:

$$1 \text{ yd} = {}^{36}\!/_{39} \text{ m}$$

o bien:

$$1 \text{ plg} = 2.54 \text{ cm}.$$

El patrón de masa en el sistema métrico es un cierto bloque de platino llamado el *kilogramo* (kg), cuya milésima parte es el *gramo* (g). En el sistema inglés la unidad de masa es la *libra masa*, que contiene 16 onzas (oz).

$$1 \text{ lb} = 454 \text{ g}.$$

La unidad patrón de tiempo, tanto en el sistema métrico como en el inglés, es el día solar medio, es decir, el tiempo en que la Tierra gira una vez alrededor de su eje, promediado sobre todo el año y medido con respecto al sol.

$$1 \text{ día} = 24 \text{ hr} = 24 \times 60 \text{ min} = 24 \times 60 \times 60 \text{ seg}.$$
$$\therefore 1 \text{ día} = 86\,400 \text{ seg}.$$

Se supone que el estudiante tiene la habilidad aritmética necesaria para convertir metros en centímetros o milímetros, libras a onzas o aun toneladas, centímetros a pulgadas y a pies, gramos a libras y segundos a minutos u horas, casi sin pensarlo. Es innecesario ilustrar este procedimiento con problemas, debido a la sencillez de las operaciones. Sin embargo, en algunos problemas ilustrativos de este libro se hacen conversiones para que el estudiante se familiarice con los conceptos relativos.

Comentarios respecto al aspecto numérico de los problemas. En los problemas que siguen en este texto se sugiere que todos los cálculos se hagan con regla de cálculo; así, no sólo se ahorra tiempo, sino también se cultiva una apreciación de las cifras significativas. Ningún resultado numérico de un problema físico es más aproximado, o preciso, que los valores que se dan en los datos; por ejemplo, si una longitud se especifica que es de 10.1 cm, ningún cálculo que incluya esta longitud deberá llevarse más allá de tres cifras significativas: esto se debe a que ningún dígito más allá del tercero tiene significación aun cuando la aritmética esté sin equivocación.

Llevar la respuesta más allá de tres cifras sirve sólo para crear una *falsa* impresión de aproximación. En realidad, si el problema incluye otros datos expresados en menos de tres cifras significativas —supongamos que es el tiempo y que éste vale 3.4 seg— el resultado será correcto sólo hasta la cifra significativa del dato menos preciso. En este ejemplo, no tendrá sentido expresar el resultado de la velocidad media del modo siguiente:

$$\bar{v} = \frac{s}{t} = \frac{10.1}{3.4} = 2.970 \text{ cm/seg},$$

sino que deberá expresarse como 3.0 cm/seg. Evidentemente, la aproximación de la regla de cálculo es la adecuada porque los datos experimentales (por lo general obtenidos por medición), ordinariamente no tienen mayor aproximación que la de tres cifras.

Si se es meticuloso con respecto a las cifras significativas, se debe seguir la regla de considerar una cifra más allá de la que es cierta; por tanto, la última cifra escrita de cualquier cantidad siempre se considera incierta. Por ejemplo, si los datos están expresados con tres cifras, el lector debe siempre interpretar que sólo dos cifras son *realmente* significativas; en consecuencia, en problemas de Física de primer año, donde el conocimiento de las leyes y principios son más importantes que la aritmética, es muy grande la justificación para limitar los resultados a dos o tres cifras, según el caso.

En este libro, los resultados de todos los problemas se encuentran en el apéndice; sin embargo, se advierte a los estudiantes que puede haber discrepancia entre sus resultados y los de este libro en la tercera cifra significativa.

Parte I

MECANICA

Capítulo 2

LA NATURALEZA DE LAS FUERZAS

Aunque por lo común se acepta que el campo de la Física comprende la mecánica, las propiedades de la materia, el movimiento ondulatorio, el sonido, el calor, la electricidad, el magnetismo, la electrónica y la luz, el principiante por lo general no se da cuenta que estos temas están estrechamente relacionados. La Física es probablemente la más organizada de todas las ciencias, por lo que es muy importante empezar su estudio en el lugar apropiado; éste es la *Mecánica,* que consiste en el estudio de las fuerzas y del movimiento, y que es básica para todas las demás partes de la Física.

Los dos conceptos, *fuerza* y *movimiento,* están tan completamente relacionados que no es posible definirlos independientemente uno del otro. Se acostumbra considerar primero algunos aspectos del concepto de fuerza, que es un concepto más o menos familiar, y posteriormente desarrollar las ideas asociadas con el movimiento.

Refiriéndose a la experiencia común, y sin considerar todas las implicaciones sugeridas por el término movimiento, la fuerza puede ser definida como *un empuje o una tracción que tiende a cambiar el movimiento de un cuerpo.* El concepto de fuerza veremos después que debe ser relacionado con la masa, porque no debe considerarse como un concepto básico, Por otra parte, hasta estudiar las relaciones descritas en el Cap. 3, el concepto de fuerza será considerado como un cuarto concepto básico para aprovechar la familiaridad que los estudiantes tienen con él.

Aspecto vectorial de la fuerza. La fuerza, como muchos otros conceptos físicos, tiene una característica direccional. Las magnitudes que necesitan especificar su dirección, así como su valor, se llaman *magnitudes vectoriales,* en contraste con las

magnitudes escalares, que solamente necesitan especificar su valor. Las magnitudes vectoriales pueden representarse con flechas; la longitud de éstas representa a escala el valor de la magnitud; la dirección de la flecha, medida como distancia angular con respecto a una dirección dada, representa la dirección de la magnitud y la saeta representa el sentido. Una fuerza se representa como en la Fig. 1, donde la longitud (6 unidades aquí) puede representar 6 lb (o 6 de cualquier otra unidad) de fuerza, la dirección está indicada por el ángulo θ, medido con respecto a la horizontal (se emplean letras griegas para representar ángulos) y las saetas representan el sentido hacia la derecha.

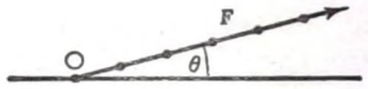


FIG. 1

Es claro que el estudio de las fuerzas se vuelve un estudio geométrico, donde hay que aplicar las leyes de la geometría y de la trigonometría, puesto que la aritmética y el álgebra son insuficientes para tratar con magnitudes dirigidas.

El peso como fuerza. El *peso* es la atracción de la Tierra sobre un cuerpo, llamada a veces la atracción de la gravedad, y se representa por un vector (una flecha) vertical y apuntando hacia abajo. Existe un punto llamado *centro de gravedad* donde puede suponerse que actúa el peso de un cuerpo. Como el peso es una fuerza, no debe confundirse con el concepto de masa; este error lo comete generalmente el principiante, porque en el lenguaje común los términos peso y masa se usan indistintamente. Este es un buen ejemplo de cómo el uso descuidado de los términos técnicos por el profano hace el estudio de la Física innecesariamente difícil. Las relaciones entre peso y masa serán tratadas posteriormente.

Suma de fuerzas. Dentro de la precisión conseguida con reglas y transportadores, las fuerzas pueden sumarse gráficamente tan sólo colocando sucesivamente los vectores que representan las fuerzas en cuestión. Por ejemplo, la fuerza F_2 puede sumarse a la fuerza F_1, dibujando primero F_1, y entonces a partir de su extremo dibujar a F_2 como se muestra en la Fig. 2.

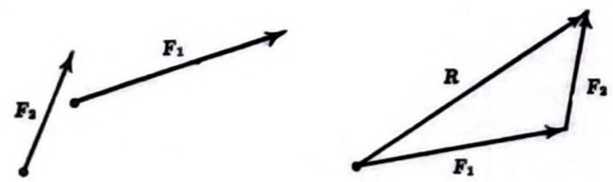


FIG. 2

Un vector dibujado desde el origen de F_1 al extremo de F_2, representa el vector suma, o la resultante R, de F_1 y F_2. Debe notarse que R es también la diagonal de un paralelogramo dibujado con un par de lados F_1 y un par de lados F_2 (véase la Fig. 3).

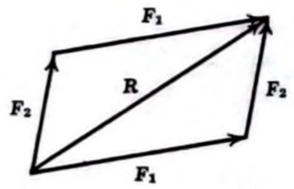


FIG. 3

Evidentemente por medio de la geometría y la trigonometría es posible calcular la longitud y la dirección del vector R en función de las longitudes y direcciones de los vectores F_1 y F_2. De acuerdo con lo anterior, el método gráfico de sumar dos vectores puede completarse por un método matemático.

Resultante de vectores por el método de las componentes. Consideremos una fuerza representada por el vector F, como en la Fig. 4. Por el origen O del vector se trazan las coordenadas x y y. El ángulo entre F y la dirección positiva del eje de las X es θ. Se baja una perpendicular desde el extremo de F al eje de las X: sea F_x la proyección de F sobre el eje de las x; análogamente sea F_y la proyección de F sobre el eje de las Y. En el triángulo OAB, nótese que AB tiene la misma longitud que F_y: así, F puede tratarse como la resultante de F_x y de F_y. Además, puesto que los ejes X y Y hacen 90° entre sí, F_x y F_y son también perpendiculares entre sí. Como el triángulo OAB es rectángulo, se tiene que por el teorema de Pitágoras:

$$F^2 = F_x^2 + F_y^2$$

Lo anterior significa que si son datos las componentes x y y de un vector resultante, éste puede calcularse con el teorema

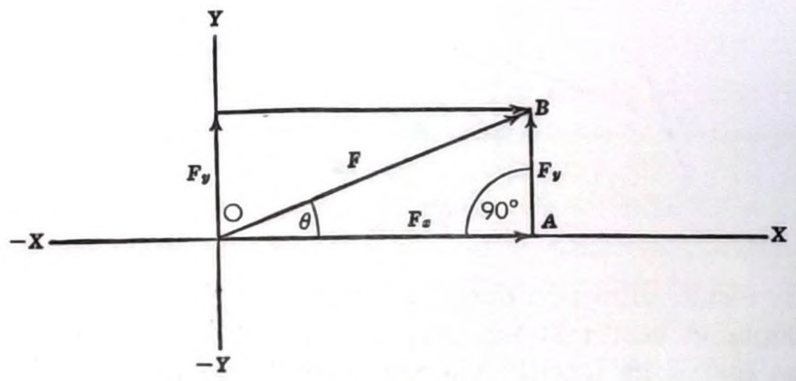


FIG. 4

de Pitágoras. Este método se sugiere para calcular la resultante de dos vectores, en lugar de determinarla por métodos gráficos. El método consiste de varias etapas; en el caso de dos fuerzas F_1 y F_2, primero se descompone cada fuerza en sus componentes x y y:

$$F_{1x} = F_1 \cos \theta_1 \qquad F_{1y} = F_1 \operatorname{sen} \theta_1$$
$$F_{2x} = F_2 \cos \theta_2 \qquad F_{2y} = F_2 \operatorname{sen} \theta_2$$
$$R_x = F_{1x} + F_{2x} = F_1 \cos \theta_1 + F_2 \cos \theta_2;$$
$$R_y = F_{1y} + F_{2y} = F_1 \operatorname{sen} \theta_1 + F_2 \operatorname{sen} \theta_2.$$

Sumando las componentes x de las fuerzas, se encuentra la componente x, R_x, de la resultante, análogamente sumando las componentes y de las fuerzas se encuentra la componente y, R_y, de la resultante.

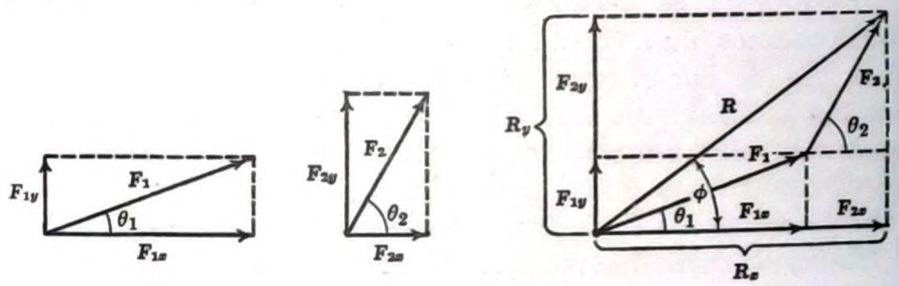


FIG. 5

$$R^2 = R_x^2 + R_y^2$$

o

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}.$$

Además, $\dfrac{R_y}{R_x} = \tan \phi$, donde ϕ es el ángulo que hace la resultante con el eje horizontal.

Comentario. El método de las componentes es tratado en detalle, debido a su gran importancia en los problemas que después se tratan en este libro.

Interpretación de la resultante. Es importante notar que la resultante de dos fuerzas (o, en general, dos vectores) es un concepto que sólo puede entenderse por medio de un diagrama vectorial donde cada línea tiene significado. Una construcción gráfica sirve para encontrar la resultante de dos fuerzas, pero una solución matemática, como la que se obtiene por el método de las componentes, da valores mucho más precisos para la magnitud y dirección de la resultante: de este modo el método matemático suplementa, mejor que reemplaza, al método gráfico. El estudiante debe siempre hacer un esquema gráfico para obtener una apreciación general del problema y una idea aproximada de la solución, para comprobar así la solución obtenida por el método matemático de las componentes.

PROBLEMA

Se jala un trineo por medio de una cuerda que hace un ángulo de 30° con el piso. La tensión de la cuerda es 50.0 lb. ¿Cuánto vale la componente, paralela al piso, de la tensión? ¿Cuánto vale la componente perpendicular?

SOLUCION

Primero: Dibujar un diagrama (Fig. 6).

Segundo: Dibujar un vector que represente la tensión e indicar sus componentes horizontal y vertical, dibujando los ejes X y Y con origen en el del vector (Fig. 7).

$$T_x = T \cos 30°$$
$$T_y = T \operatorname{sen} 30°$$

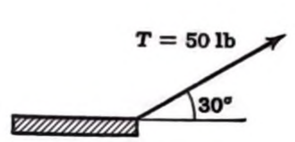


FIG. 6

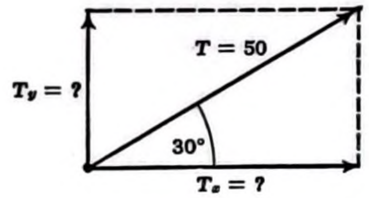


FIG. 7

Tercero: sustituir y hacer las operaciones indicadas.

$T_x = T \cos 30° = 50\ (0.866) = 43.3$ lb (paralela)
$T_y = T \text{ sen } 30° = 50\ (0.500) = 25.0$ lb (perpendicular) *Resp.*

Fuerza de fricción. Si un cuerpo se desliza sobre otro una fuerza, llamada de fricción, aparece donde las superficies de los dos cuerpos se encuentran en contacto, siendo su dirección tangente a dichas superficies y de sentido opuesto al movimiento. Experimentalmente se ha encontrado que la magnitud de la fuerza de fricción depende de la fuerza perpendicular que aprieta a los dos cuerpos entre sí, así como también de la naturaleza de las superficies en cuestión.

Ley de la fricción. Si la componente perpendicular de la fuerza que aprieta una superficie contra la otra, simbolizada con N (fuerza normal), se divide entre la componente tangencial de la misma fuerza (que será la fuerza de fricción misma F), el cociente se ha encontrado experimentalmente que es constante para una pareja dada de superficies.

$$\frac{F}{N} = n \text{ o } F = n\,N.$$

donde n se llama *coeficiente de fricción* entre las dos superficies.

PROBLEMA

Un canasto se arrastra por el piso por medio de una cuerda paralela al piso. Si la tensión de la cuerda es de 20 lb y si el coeficiente de fricción entre el canasto y el piso vale 0.40, ¿cuánto pesa el canasto?

SOLUCION

Primero: Dibujar un diagrama (Fig: 8).
Segundo: Recordar la ley de la fricción $F = n\,N$.
Tercero: Tener en cuenta que en esta situación $W = N$ y $T = F$.
Cuarto: Combinar las ecuaciones anteriores para encontrar la incógnita:

$$W = N = \frac{F}{n}.$$

Quinto: Sustituir valores y hacer las operaciones numéricas:

$$W = \frac{20}{0.40} = 50 \text{ lb} \qquad \textit{Resp.}$$

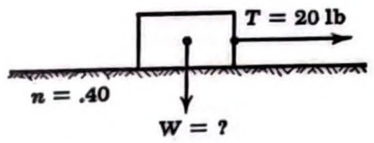


FIG. 8

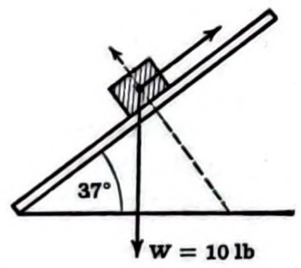


FIG. 9

PROBLEMA

Una caja que pesa 10 lb se jala lentamente a velocidad constante a lo largo de un plano inclinado que hace un ángulo de 37° con la horizontal, por medio de una cuerda paralela al plano inclinado. La fuerza resultante a lo largo del plano inclinado es de 6 lb. ¿Cuánto vale el coeficiente de fricción entre la caja y el plano inclinado?

SOLUCION

Primero: **Dibujar un diagrama indicando las fuerzas (Fig. 9).**
Segundo: **Recuérdese que el coeficiente de fricción está dado por la relación que lo define $n = \frac{F}{N}$, donde F es la fuerza paralela al plano y N es la fuerza perpendicular al mismo.**
Tercero: **Determinar la componente de W perpendicular al plano. Nótese que el ángulo entre W y la perpendicular al plano, es igual al ángulo entre el plano y la horizontal.**

$$\therefore N = W \cos 37° = 10\ (0.800) = 8 \text{ lb}$$

Cuarto: **Sustituir valores numéricos, resolviendo para n.**

$$n = \frac{F}{N} = \frac{6}{8} = 0.75. \qquad \textit{Resp.}$$

PROBLEMAS: RESULTANTE DE VECTORES Y DE FUERZAS

1. **Dos fuerzas actúan sobre el mismo punto. La primera vale 20 lb y hace 30° con la horizontal, apuntando a la derecha; la otra vale 30 lb y hace 37° abajo de la horizontal y apunta a la derecha.**
   (a) **Dibujar un diagrama de estas fuerzas en el plano coordenado xy.**
   (b) **Determinar la suma de las componentes x de estas dos fuerzas.**
   (c) **Determinar la suma de las componentes y de estas dos fuerzas.**
   (d) **Determinar el valor de la resultante de estas dos fuerzas.**

2. Una fuerza de 120 lb actúa horizontalmente hacia la derecha y una de 90 lb actúa en forma vertical hacia arriba. ¿Cuánto vale su resultante?
3. Una fuerza de 10 lb actúa hacia el oriente. Otra fuerza actúa en el mismo punto, siendo cero la resultante de estas dos fuerzas. ¿Cuánto vale la otra fuerza?
4. Un bloque de 20 lb se arrastra a velocidad constante con una fuerza de 4 lb a lo largo de una superficie rugosa horizontal.
   (a) ¿Cuánto vale la "fuerza normal"?
   (b) ¿Cuánto vale la fuerza de fricción?
   (c) ¿Cuánto vale el coeficiente de fricción cinética entre estas dos superficies?
5. Se necesita una fuerza horizontal de 150 lb para que justamente empiece a moverse una caja de 100 lb colocada en el suelo. Calcular el coeficiente de fricción estática.
6. Calcular la componente de una fuerza de 10 lb en una dirección que haga 60° con la misma fuerza. ¿Cuánto vale la componente perpendicular a sí misma?
7. Un carrito se jala con el manubrio haciendo un ángulo de 30° con la horizontal. Calcular las componentes de las fuerzas, paralela y perpendicular al piso, si la fuerza vale 20 lb.
8. Tres fuerzas A, B y C actúan sobre un punto, haciendo 120° entre sí. Si cada fuerza vale 10 lb, ¿cuánto vale la fuerza resultante?
9. Un cuerpo recibe dos fuerzas de 20 y de 30 lb, que hacen entre sí 90°. ¿Cuánto es el valor de la resultante y qué dirección tiene?
10. Un bloque de 5 lb se empuja sobre una superficie horizontal con un bastón que hace 60° con la horizontal. Suponiendo que la fuerza de empuje es de 2 lb, ¿cuál es la fuerza componente vertical que recibe el bloque?

Fuerzas concurrentes en equilibrio. Si varias fuerzas actúan simultáneamente sobre un cuerpo, podrán o no pasar por un mismo punto. Si todas pasan por el mismo punto, o si sus líneas de acción se cortan en algún punto común, se dice que las fuerzas son *concurrentes*.

La fuerza resultante actuando en un cuerpo, determina su movimiento; éste puede ser de dos clases, traslación y rotación. El movimiento de *traslación* se caracteriza porque todas las líneas rectas trazadas en el cuerpo, permanecen paralelas a sí mismas al moverse el cuerpo. El movimiento de *rotación* es aquel en que cada punto del cuerpo describe una trayectoria circular alrededor de algún punto, no necesariamente en el cuerpo, que sirve como eje de rotación. El estudiante debe recordar que para conocer todo lo que se relaciona con las fuerzas debe saber todo lo que se relaciona con el movimiento. Aun sin entrar por ahora en la terminología y conceptos del movimiento,

mucho puede aprenderse con relación a las fuerzas, teniendo en cuenta que la acción neta que recibe un cuerpo en reposo, o que no recibe cambios en su movimiento, debe ser cero. En esta situación se dice que el cuerpo está en *equilibrio*.

Primera condición de equilibrio. La primera condición que debe llenar el cuerpo en equilibrio es que la fuerza resultante actuando sobre el cuerpo (que es igual a la suma de las fuerzas y que se representa como ΣF) debe ser cero, esto es, $\Sigma F = 0$. Esto significa también que tanto la suma de las componentes x, como la suma de las componentes y de las fuerzas debe ser cero, si el cuerpo está en reposo o se mueve a velocidad constante, sin cambio en su movimiento:

$$\begin{cases} \Sigma F_x = 0. \\ \Sigma F_y = 0. \end{cases}$$

Si las fuerzas son concurrentes, son éstas las únicas condiciones que deben llenarse. Las situaciones que involucran sistemas de fuerzas actuando sobre cuerpos en reposo (estática) son muy comunes, y pueden resolverse utilizando las relaciones anteriores que permiten calcular muy fácilmente los valores de ciertas fuerzas en el sistema, cuando sólo se tiene información con relación a algunas de ellas.

PROCEDIMIENTO PARA RESOLVER PROBLEMAS

La solución de cualquier problema en estática que incluya fuerzas concurrentes se encontrará sencillamente aplicando la información dada en los párrafos anteriores, pero deben seguirse ciertas etapas apropiadas en un orden lógico.

1. El problema debe leerse cuidadosamente y estudiarse hasta que la situación involucrada se comprenda claramente y pueda entonces expresarse en forma de un diagrama sencillo, que entonces se dibujará. Todos los factores conocidos se indicarán en el diagrama y todas las cantidades que se van a calcular (las incógnitas) deben identificarse e indicarse en o cerca del diagrama. Realmente, esta primera etapa no se limita a los problemas de estática sino que se aplica a la resolución de todos los problemas en Física; ésta es verdaderamente la llave del éxito y debe practicarla el estudiante hasta que encuentre por sí mismo que lo hace automáticamente.

2. El cuerpo, o la porción del cuerpo en equilibrio, debe "aislarse" para considerar detalladamente a las fuerzas actuando *sobre él*. La razón para esto estriba en que el movimiento de un cuerpo se determina por las fuerzas que actúan en él, y si un cuerpo, o porción de él, está en equilibrio, y si las fuerzas son concurrentes, entonces la fuerza resultante vale cero. Esta información permite calcular una o más de las fuerzas que pueden no haber sido especificadas en el problema. El "aislamiento" se hace dibujando una línea cerrada (preferiblemente con lápiz de color) alrededor del cuerpo, o porción del cuerpo en cuestión. Si las fuerzas son concurrentes, el punto donde se cortan sus líneas de acción es la porción lógica del cuerpo que debe aislarse.

3. Indicar con flechas todas las fuerzas que actúan *sobre* el cuerpo aislado, incluyendo tanto las conocidas como las desconocidas; hay que asegurarse de no incluir las fuerzas que ejerce el cuerpo sobre algunos otros, ya que es la fuerza resultante actuando *sobre* el cuerpo en cuestión la que determina su movimiento. Estas flechas deben todas cruzar la línea de color que "aísla" al cuerpo. Incidentalmente, debe notarse que para cada fuerza actuando *sobre* el cuerpo debe haber una fuerza igual pero opuesta ejercida *por* el cuerpo: descartar las últimas.

4. Tratar estas flechas como un diagrama vectorial. Por lo general, conviene redibujar las flechas en un diagrama suplementario que puede ser dibujado burdamente a escala en aquellos casos donde se conocen las magnitudes y direcciones; esto servirá para representarse, aunque sea aproximadamente, las componentes de las fuerzas que entran en la siguiente etapa, incluyendo el proceso de trazar la fuerza resultante, cuyo valor real se sabe debe ser cero ya que hay equilibrio, pero cuyas partes componentes no son iguales a cero.

5. Calcular y tabular las componentes x y las componentes y de todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo aislado; se recomienda que el principiante construya una tabla como la siguiente:

Fuerza	Componentes X	Componentes Y
F_1	$F_1 \cos \theta_1$	$F_1 \operatorname{sen} \theta_1$
F_2	$F_2 \cos \theta_2$	$F_2 \operatorname{sen} \theta_2$
F_3	$F_3 \cos \theta_3$	$F_3 \operatorname{sen} \theta_3$

6. Sumar las componentes x de la tabla para encontrar la componente x de la fuerza resultante, cuyo valor se sabe que es cero:

$$\Sigma F_x = F_1 \cos \theta_1 + F_2 \cos \theta_2 + F_3 \cos \theta_3 + \ldots = 0.$$

Se procede igual con las componentes y:

$$\Sigma F_y = F_1 \operatorname{sen} \theta_1 + F_2 \operatorname{sen} \theta_2 + F_3 \operatorname{sen} \theta_3 + \ldots = 0.$$

Debe notarse que en esta etapa se encuentran dos ecuaciones simultáneas en función de cantidades tanto conocidas como de algunas que deben ser calculadas. Si no hay más de dos incógnitas, las dos ecuaciones pueden resolverse.

7. Resolver las dos ecuaciones para no más de dos incógnitas. En general, el trabajo numérico se reducirá a un mínimo, llevando las simplificaciones algebraicas tan lejos como se pueda, antes de hacer sustituciones numéricas: en este caso se necesita un número mínimo de operaciones con la regla de cálculo. Si se encuentra que los datos son insuficientes, es decir, si resulta que hay más de dos incógnitas, buscar la información que puede estar indirectamente dadá. Si, por ejemplo, las fuerzas de fricción están involucradas, recordar la ley de la fricción $F = nN$; los valores de n y de N pueden estar incluidos en el problema y entonces puede calcularse F y tratarse como dato.

Los signos positivos y negativos que se aplican a los vectores especifican sus sentidos: positivos hacia arriba, negativos hacia abajo, positivos a la derecha y negativos a la izquierda.

PROBLEMA

Un cuerpo que pesa 5.00 lb cuelga de una cuerda de 3.00 pies y es jalado lateralmente por una fuerza horizontal F tal, que la cuerda hace un ángulo de 30° con la horizontal. Calcular el valor de la fuerza F y la tensión de la cuerda.

SOLUCION

Etapa 1: El diagrama (Fig. 10).
Etapa 2: Aislar el cuerpo.
Etapa 3: Indicar las fuerzas actuando *sobre* el cuerpo. Estas son T; F y W.
Etapa 4: Dibujar el diagrama vectorial (Fig. 11).
Etapa 5: Construir la tabla de fuerzas componentes.

Fuerza	Comp. X	Comp. Y
T	$-T \cos 60°$	$+T$ sen $60°$
F	$+F$	0
W	0	-5

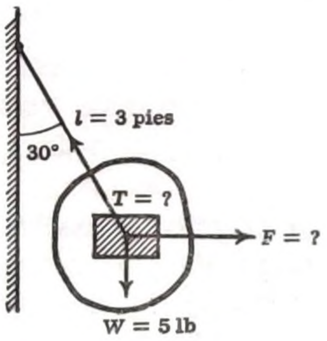


FIG. 10

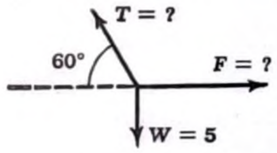


FIG. 11

Etapa 6: $\Sigma F_x = 0$; $\Sigma F_y = 0$

$$\left\{\begin{matrix} -T \cos 60° + F = 0. \\ T \text{ sen } 60° - 5 = 0. \end{matrix}\right\}$$

Etapa 7: Resolver las dos ecuaciones simultáneas:

$$\left\{\begin{matrix} -T\,(0.5) \quad + F = 0. \\ T\,(0.866) - 5 = 0. \end{matrix}\right\}$$

$$\left.\begin{matrix} T = 5/0.866 = 5.77 \text{ lb} \\ F = (5.77)(0.5) = 2.89 \text{ lb} \end{matrix}\right\} \quad \textit{Resp.}$$

PROBLEMA

Una caja se empuja sobre un piso horizontal con un bastón que hace un ángulo de 30° con él. El coeficiente de fricción entre la caja y el piso es de 0.3. La caja pesa 8.00 lb. Calcular la compresión que recibe el bastón y la fuerza perpendicular o normal que ejerce el piso sobre la caja.

SOLUCION

Diagrama (Fig. 12).
Aislar el cuerpo.
Construir el diagrama vectorial (Fig. 13).

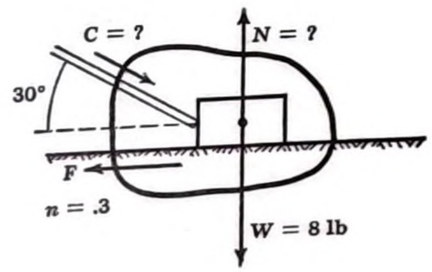


FIG. 12

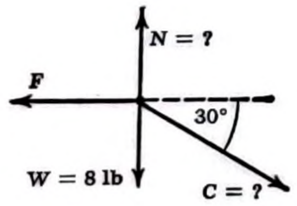


FIG. 13

Tabular las componentes x y y de las fuerzas actuando sobre el cuerpo.

Fuerza	Comp. X	Comp. Y
N	0	$+N$
C	C cos 30°	$-C$ sen 30°
W	0	-8
F	$-F$	0

Aplicar las condiciones de equilibrio:

$$\begin{matrix} \Sigma F_x = 0. \\ \Sigma F_y = 0. \end{matrix} \qquad \left\{\begin{matrix} C \cos 30° - F = 0. \\ \text{N-}C \text{ sen } 30° - 8 = 0. \end{matrix}\right\}$$

Despejar las incógnitas y utilizar la ley de la fricción $F = nN$.

$$\left.\begin{matrix} 0.866\,C - 0.3\,N = 0. \\ N - 0.5\,C - 8 = 0. \end{matrix}\right) \quad N = 8 + 0.5\,C.$$

$$0.866\,C - 0.3(8) - 0.150\,C = 0$$

$$0.716\,C = 2.4.$$

$$C = \frac{2.4}{0.716} = 3.35 \text{ lb}; \quad N = 8 + 0.5\,(3.35) = 9.68 \text{ lb}$$

Resp.

PROBLEMAS: PRIMERA CONDICION DE EQUILIBRIO

1. Un peso de 1 000 lb está colgado en el extremo de un cable que hace un ángulo de 30° con la vertical, porque una cuerda horizontal tira del peso. (a) Dibujar el diagrama de las fuerzas actuando sobre el peso en el plano xy. (b) Hacer una tabla de las componentes x y de las y de todas las fuerzas. (c) Calcular el valor de la fuerza que ejerce la cuerda horizontal. (d) Calcular el valor de la fuerza que ejerce el cable.
2. Un bloque de 50.0 lb se arrastra, a velocidad constante, por un piso áspero por una fuerza de 20.0 lb que ejerce una cuerda haciendo un ángulo de 30° con la horizontal. (a) ¿Cuánto vale la fuerza normal?

(b) ¿Cuánto vale la fuerza de fricción? (c) ¿Cuánto vale el coeficiente de fricción entre las dos superficies?

3. Un bloque de 20.0 lb se arrastra a velocidad constante por un plano inclinado 30°, con una cuerda paralela al plano. Una fuerza de fricción de 2.5 lb actúa paralela al plano, oponiéndose al movimiento. (a) Dibujar un diagrama indicando todas las fuerzas que actúan sobre el bloque. (b) Hacer una tabla de componentes, indicando todas las componentes x y y que actúan sobre el bloque. (c) Calcular cuánto vale la fuerza que actúa sobre el bloque, normal al plano. (d) Calcular el valor de la fuerza que la cuerda ejerce sobre el bloque. (e) ¿Cuánto vale la fuerza resultante que recibe el bloque?
4. Una bolita de hierro que pesa 2.00 lb está suspendida con una cuerda que hace 30° con la vertical, debido a una fuerza horizontal F. (a) Indicar con flechas y letreros en un diagrama a todas las fuerzas que actúan en la bola. (b) La fuerza que ejerce la cuerda en la bola, ¿actúa hacia *arriba* o hacia *abajo* de la cuerda? (c) Tabular las componentes x y y de todas las fuerzas que recibe la bola. (d) Calcular el valor de la fuerza F.
5. Con objeto de mover una caja de 150 lb sobre un plano inclinado 30°, un hombre empuja con una fuerza de 100 lb, siendo esta fuerza justamente suficiente para que la caja se deslice con velocidad constante. (a) Indicar con flechas y letreros en un diagrama, todas las fuerzas que *recibe* la caja. (b) La fuerza de fricción, ¿actúa hacia arriba o hacia abajo del plano, al moverse la caja hacia arriba? (c) Tabular las componentes de todas las fuerzas que recibe la caja y que son perpendiculares al plano inclinado (es decir, tomar las componentes x a lo largo del plano y las componentes y perpendiculares a él). (d) Calcular cuánto vale la fuerza de fricción. (e) Encontrar el coeficiente de fricción entre la caja y el plano inclinado.
6. Una persona que pesa 180 lb está acostada en una hamaca cuyas cuerdas hacen, respectivamente, 30° y 45° con la vertical. ¿Cuánto vale la tensión de cada cuerda?
7. Un cuerpo de 40 lb suspendido de una cuerda, se jala horizontalmente con una fuerza F, de tal modo que la cuerda hace un ángulo de 60° con la vertical, ¿cuánto vale la fuerza F?
8. Una cuerda atada en el frente de un automóvil atascado se asegura en un árbol que está a 20 pies de distancia. Una persona tira de la cuerda por el centro en dirección perpendicular a ella. Cuando la cuerda se estira su punto medio se desplaza un pie. Si la persona ahora jala con una fuerza de 50 lb, ¿cuánto vale la fuerza que recibe el carro de la cuerda?, en otras palabras, ¿cuánto vale la tensión de la cuerda?
9. Un peso de 60 lb cuelga del extremo de un puntal horizontal que sobresale 8 pies de una pared vertical. Un tirante conecta el extremo exterior del puntal con un punto de la pared 4 pies más arriba. Calcular la compresión del puntal y la tensión del tirante.
10. Un cuadro cuelga de una pared por medio de una cuerda amarrada a dos armellas, una a cada lado del cuadro. La cuerda está soportada por medio de un clavo, haciendo a cada lado un ángulo de 30° con la horizontal. ¿Cuánto vale la tensión de la cuerda si el cuadro pesa 4 lb?

Fuerzas no concurrentes y momentos de las fuerzas. En el caso de que las fuerzas que recibe un cuerpo no sean concurrentes, la suma de las fuerzas puede ser cero y, sin embargo, puede que el cuerpo no esté en equilibrio; esto se debe a una posible tendencia rotacional aun cuando la tendencia de traslación esté balanceada. Si existe un eje de rotación asociado con el cuerpo (el eje de un volante, por ejemplo), una fuerza perpendicular al eje de rotación, pero cuya línea de acción no pase por él (Fig. 14), tenderá a producir una rotación como la de las manecillas

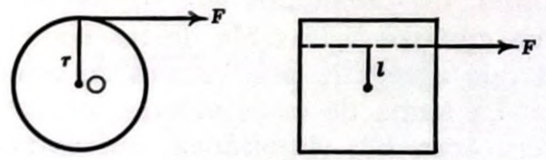


FIG. 14

del reloj, o contraria, con relación al eje. Se ha encontrado experimentalmente que esta tendencia no solamente es proporcional a la magnitud de la fuerza, sino que también es proporcional a la distancia perpendicular entre el eje y la línea de acción de la fuerza (r en el diagrama de la izquierda donde la fuerza es tangencial, l en el diagrama de la derecha). Esta perpendicular se llama *brazo de palanca* de la fuerza. El producto de la fuerza y su brazo de palanca se llama *momento de la fuerza*. El brazo de palanca se llama también *brazo de momentos*. Mientras que las fuerzas tienden a producir cambios en el movimiento de traslación, los momentos tienden a producir cambios en el movimiento de rotación.

Segunda condición de equilibrio. Si un cuerpo está en equilibrio, no sólo las fuerzas que actúan en él deben sumar cero, sino que también todos los momentos que ejercen estas fuerzas con relación a cualquier eje, deben también dar cero al sumarse; esto se conoce como la segunda condición de equilibrio:

$$\Sigma L = 0,$$

donde L significa momento.

PROCEDIMIENTO PARA RESOLVER PROBLEMAS

En aquellos problemas que incluyen fuerzas no concurrentes en equilibrio es necesario, además de las etapas utilizadas para resolver problemas sobre fuerzas concurrentes, considerar todos los momentos. Para llevar esto a cabo es necesario primero la determinación del brazo de palanca asociado con cada fuerza, con respecto a algún eje arbitrariamente escogido. Cada brazo de palanca debe entonces multiplicarse por su respectiva fuerza para encontrar cada momento. Los momentos pueden ser *negativos* o *positivos* según provoquen, respectivamente, rotaciones en el sentido de las manecillas del reloj o en sentido contrario. Cuando se suman los momentos sus signos algebraicos deben ser tomados en cuenta. A la tabla de las componentes de las fuerzas habrá que agregarle una tercera columna para incluir los momentos. La suma de estos valores, evidentemente, debe dar una tercera ecuación simultánea, aumentando así a tres el número de incógnitas que es posible calcular algebraicamente.

Incidentalmente, escogiendo los posibles ejes de rotación en diferentes lugares, se puede desarrollar un número indefinido de ecuaciones por suma de momentos, por lo que el número de posibles incógnitas capaces de ser determinadas se vuelve indefinido. Ahora el estudiante apreciará el valor de los métodos anteriores de analizar problemas, ya que así dispone de considerable oportunidad para resolver un indefinido número de incógnitas en muchos problemas.

PROBLEMA

Un tablón uniforme de 10 pies de largo cuyo centro de gravedad está a 5 pies de cualquier extremo, reposa apoyado en una pared lisa (sin fricción), haciendo un ángulo de 53° con el piso. El tablón pesa 40 lb. ¿Qué fuerza horizontal ejerce la pared en el extremo superior del tablón? ¿Cuáles son las componentes vertical y horizontal de la fuerza que ejerce el piso en el extremo inferior del tablón?

SOLUCION

Diagrama (Fig. 15).
Aislar el tablón.
Indicar todas las fuerzas que recibe el tablón.
Tabular las componentes x y y de estas fuerzas y tabular sus momentos con respecto al punto O.

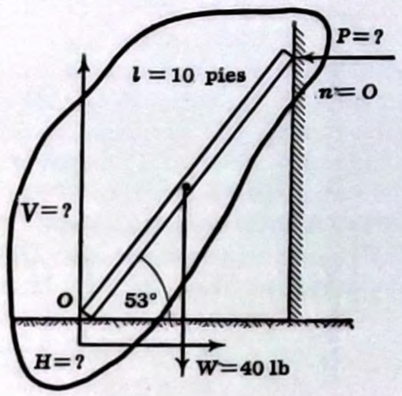


FIG. 15

Fuerza	Comp. X	Comp. Y	Fuerza X brazo de palanca con respecto a O
P	$-P$	0	$+P \times l$ sen 53°
W	0	-40	$-40 \times l/2$ cos 53°
H	$+H$	0	$H \times 0$
V	0	$+V$	$V \times 0$

Poner: $\Sigma F_x = 0;\ \left\{ \begin{matrix} -P + H = 0. \end{matrix} \right\} \therefore\ V = 40 \text{ lb}$
$\Sigma F_y = 0;\ \left\{ \begin{matrix} -40 + V = 0. \end{matrix} \right\} \therefore\ H = P = ?$ *Resp.*

Poner: $\Sigma L = 0; P(10)(0.8) - 40\,(5)(0.6) = 0 \therefore P = \dfrac{40(5)(0.6)}{10(0.8)}$
$= 15 \text{ lb}$ *Resp.*

(Se resuelven las tres ecuaciones para las incógnitas V, P y H)

$\therefore H = P = 15 \text{ lb}$ *Resp.*

PROBLEMA

Un anuncio está colgado como se ve en la Fig. 16; pesa 70.0 lb y el centro de gravedad está en el centro del anuncio. ¿Cuál es la tensión del cable? Calcular también los esfuerzos vertical y horizontal que recibe el pivote P.

SOLUCION

Aislar el anuncio en el diagrama o mejor hacer la Fig. 17.

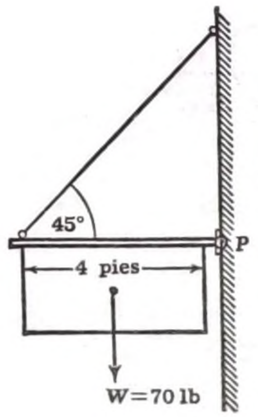


FIG. 16

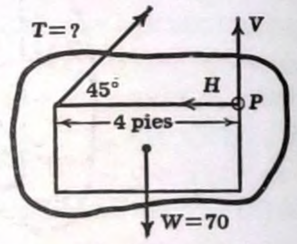


FIG. 17

Tabular las fuerzas componentes.

Fuerza	Comp. X	Comp. Y	Momentos con respecto a P
T	$T \cos 45°$	T sen 45°	$-T \times 4$ sen 45°
H	$-H$	0	0
V	0	$+V$	0
W	0	-70	$+70 \times 2$

Poner $\Sigma F_x = 0$; $\Sigma F_y = 0$ $\left.\begin{cases} T \cos 45° - H = 0. \\ T \text{ sen } 45° + V - 70 = 0. \end{cases}\right\}$ Resolver por álgebra

Poner $\Sigma L - 0$ con relación a P. $-4T \text{ sen } 45° + 140 = 0.$

$$4(0.707)\,T = 140 \quad \therefore \quad T = \frac{140}{0.707(4)} = 49.5 \text{ lb} \quad \textit{Resp.}$$

$$H = 0.707(49.5) = 35.0 \text{ lb} \quad \textit{Resp.}$$

$$V = 70 - 0.707(49.5) = 70 - 35 = 35.0 \text{ lb} \quad \textit{Resp.}$$

PROBLEMAS: SEGUNDA CONDICION DE EQUILIBRIO

1. Un aguilón de una grúa, el cual mide 20 pies, es uniforme y pesa 500 lb; en su extremo cuelga un peso de 2 000 lb. El aguilón se mantiene a 30° arriba de la horizontal, con un cable que hace un ángulo recto con su extremo exterior. Considerar el poste como eje de rotación. (a) ¿Cuánto vale el momento producido por el peso del aguilón? (b) ¿Cuánto vale el brazo de palanca del peso de 2 000 lb? (c) ¿Cuánto vale el momento producido por el peso colgante? (d) ¿Cuánto vale el momento producido por el cable en el aguilón? (e) ¿Cuánto vale la fuerza que recibe del cable el aguilón?

2. Una escalera de 15 pies está colgada horizontalmente con cuerdas verticales amarradas a cada extremo de la escalera. Un hombre que pesa 150 lb se encuentra a 3 pies del extremo izquierdo de la escalera; ésta pesa 30 lb. (a) Dibujar un diagrama que muestre todas las fuerzas que recibe la escalera. (b) Tabular las componentes x y y de las fuerzas que recibe la escalera y los momentos con respecto a un eje que pase por el extremo derecho de dicha escalera. (c) ¿Qué fuerza ejerce la cuerda del lado izquierdo? (d) ¿Cuánto vale el momento producido con relación al extremo izquierdo de la escalera por el peso del hombre? (e) Este momento, ¿será mayor, menor o el mismo si se hiciera bajar un extremo de la escalera?
3. Un tablón uniforme de 20 pies, que pesa 100 lb, reposa en una pared vertical lisa. La parte inferior del tablón reposa en una plataforma horizontal y el tablón hace un ángulo de 60° con la pared vertical. (a) Dibujar un diagrama indicando todas las fuerzas que recibe el tablón. (b) ¿Cuánto vale la fuerza de fricción entre el tablón y la plataforma? (c) Debido a su peso, ¿cuánto vale el momento con relación al extremo inferior del tablón? (d) ¿Será el momento mayor, menor o igual si el ángulo con la pared aumentara? (e) Si el tablón está justamente al borde de deslizarse, ¿cuánto vale el coeficiente de fricción estática entre el tablón y la plataforma?
4. Una regla uniforme de 3 pies, que pesa 1.00 lb, cuelga verticalmente de un clavo que atraviesa un hoyo en uno de sus extremos El extremo inferior se jala entonces lateralmente con una fuerza horizontal F, de tal magnitud que la regla queda haciendo un ángulo de 37° con la vertical. Calcular: (a) La componente vertical de la fuerza que ejerce el clavo sobre la regla. (b) La componente horizontal de la fuerza que ejerce el clavo sobre la regla. (c) El valor de F. (d) El valor de la fuerza resultante que recibe el clavo.
5. Una pértiga pesa 16 lb, tiene 10 pies de largo y reposa en una pared lisa con el extremo inferior a 6 pies de la base de la pared y la parte superior a 8 pies arriba del piso. El centro de gravedad está a 4 pies del extremo inferior (nótese que el seno del ángulo entre la pértiga y el piso vale $\frac{8}{10}$, y que el coseno vale $\frac{6}{10}$). (a) Dibújese un diagrama cuidadoso de la pértiga representando con vectores todas las fuerzas que actúan sobre ella. (b) Calcúlese la fuerza que ejerce la pared sobre la pértiga.
6. Una escalera uniforme que pesa 120 lb y tiene 20 pies de largo, la llevan dos hombres, uno por un extremo y el otro a 4 pies del otro extremo. Un peso de 40 lb cuelga a la mitad de la escalera. Calcular el peso que soporta cada hombre.
7. Una barra uniforme, que pesa 30 lb y tiene 8 pies de largo, está provista de un eje a 3 pies de uno de sus extremos. Calcular el peso que, colgado del brazo corto de la barra, debe equilibrar un peso de 80 lb colgado en el extremo del brazo largo.
8. Una puerta de 60 lb tiene 3 pies de ancho y 6 de altura, estando soportada por dos bisagras, cada una de ellas a 2 pies de los extremos de la puerta. Suponiendo que la bisagra inferior cargue todo

el peso, calcular las componentes vertical y horizontal de las fuerzas que recibe cada bisagra.

9. Una trampa uniforme que pesa 100 lb tiene 4 pies por lado, estando las bisagras en uno de sus lados. Si la trampa se abre hacia arriba con una fuerza que hace 60° con la horizontal, calcular las fuerzas vertical y horizontal que reciben las bisagras.
10. Un aguilón uniforme, que pesa 200 lb, está apoyado por un extremo en un poste vertical con quien hace un ángulo de 60°; el otro extremo está sostenido por un cable atado al poste, que hace 90° con el aguilón. Calcular la tensión del cable y la fuerza resultante que actúa en la bisagra.

Capítulo 3

CINEMATICA DEL MOVIMIENTO DE TRASLACION

El estudio del movimiento de los cuerpos que no están en equilibrio, requiere una apreciación de conceptos cinemáticos tales como posición, desplazamiento, velocidad y aceleración. Ahora serán considerados desde el punto de vista de sus aplicaciones a los problemas; en seguida se encuentran las definiciones de los conceptos que vuelven la solución de problemas un procedimiento apropiado y lógico.

La *posición* se especifica con respecto al origen de las coordenadas matemáticas x, y y z (Fig. 18).

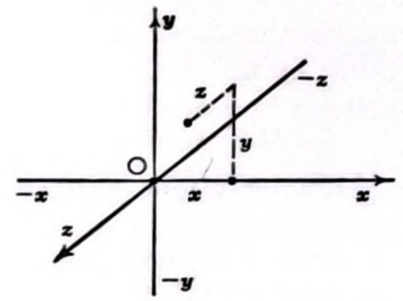


FIG. 18

El *desplazamiento*(s) es una magnitud vectorial que se define como el cambio de posición. Unidimensionalmente:

$$s = x_2 - x_1,$$

donde x_2 representa la posición final y x_1 la inicial. La distancia que un cuerpo recorre desde la posición inicial a la final no necesariamente es igual al desplazamiento, porque este último se representa por una recta trazada desde la posición inicial

y apuntando hacia la posición final, mientras que el cuerpo puede haberse movido por un camino sinuoso.

La *velocidad* (v) se define como la variación, con el transcurso del tiempo, del desplazamiento. El cociente del desplazamiento entre el tiempo correspondiente se define como *velocidad media* ($\bar{v}$), donde la barra sobre el símbolo quiere decir promedio. Por tanto:

$$\bar{v} = \frac{s}{t}; \text{ (una ecuación de definición)}$$

La velocidad es una magnitud vectorial y su valor se llama *rapidez*.

La velocidad media calculada para un lapso de tiempo infinitesimal se llama *velocidad instantánea* (v). En lenguaje matemático:

$$v = \lim \frac{\Delta s}{\Delta t}; \text{ conforme } \Delta t \to 0,$$

donde Δs quiere decir un incremento pequeño del desplazamiento y Δt, el intervalo de tiempo correspondientemente pequeño.

La *aceleración* (a) se define como la variación, con el transcurso del tiempo, de la velocidad. Puesto que la magnitud, la dirección, o ambas, de la velocidad pueden cambiar, queda involucrada una operación vectorial. Si solamente cambia la rapidez, es decir, si la dirección no cambia:

$$a = \frac{v - v_o}{t} \text{ (ecuación de definición),}$$

donde t representa el tiempo durante el cual cambia la velocidad, siendo v_o la velocidad inicial. Si sólo cambia la dirección, como en el movimiento circular uniforme (movimiento de un punto en una trayectoria circular con rapidez constante), puede demostrarse que:

$$a_c = \frac{v^2}{r} \text{ (una útil ecuación derivada),}$$

donde a_c es la aceleración central y r es el radio de la trayectoria circular. (La dirección de la aceleración es perpendicular a la de la velocidad en cada instante y, en este caso, cambia continuamente.)

Como las cantidades cinemáticas desplazamiento, velocidad y aceleración son magnitudes vectoriales, se encuentran sometidas a las convenciones de signos algebraicos indicados en el capítulo anterior. Así, una aceleración negativa no quiere decir desaceleración, sino más bien una aceleración de sentido contrario al que se ha establecido como positivo.

Tipos de movimientos de traslación. El más sencillo concebible es el *movimiento uniforme,* caracterizado porque la aceleración vale cero; es decir, la velocidad permanece constante, por lo que no cambia ni de valor ni de dirección: de aquí que, necesariamente, el movimiento es rectilíneo. En este caso $\bar{v} = v$, y puesto que $\bar{v} = s/t$, de donde $v = s/t$, se tiene:

$$\boxed{s = vt} \text{ (una útil ecuación derivada).}$$

El tipo de movimiento que sigue en sencillez es el *movimiento uniformemente acelerado,* que se caracteriza porque la *aceleración permanece constante* tanto en valor como en dirección. También este movimiento es necesariamente rectilíneo, pero la rapidez cambia en una proporción constante. Puesto que por definición:

$$a = \frac{v - v_0}{t};$$

se infiere que:

$$\boxed{v = v_o + at} \text{ (una útil ecuación derivada),}$$

lo que literalmente significa que la velocidad final después de un lapso t es igual a la velocidad final v_0, más el aumento de velocidad $a \times t$, durante el lapso antedicho. Para este tipo de movimiento es posible escribir otras ecuaciones que se obtienen por deducciones algebraicas a partir de las ecuaciones de definición. Una de éstas es:

$$\boxed{s = v_o t + \tfrac{1}{2} at^2} \text{ (una útil ecuación derivada),}$$

que significa que el desplazamiento es igual al producto de la velocidad inicial con el tiempo, más la semisuma del producto de la aceleración y el cuadrado del tiempo. Otra ecuación es la siguiente:

$$\boxed{v^2 = v_o^2 + 2as} \text{ (una útil ecuación derivada).}$$

El tipo de movimiento uniformemente acelerado en que la rapidez permanece constante mientras la dirección del vector velocidad cambia en proporción constante, se llama *movimiento circular uniforme*, que ya ha sido mencionado. La ecuación derivada para este movimiento es:

$$a_c = \frac{v^2}{r}.$$

Caída libre. El movimiento de un cuerpo cayendo libremente se encuentra en la clasificación del movimiento uniformemente acelerado, puesto que no cambia la dirección y se ha encontrado que la rapidez aumenta de un modo uniforme debido a la fuerza de la gravedad. En este caso la aceleración se llama *aceleración de la gravedad*, la que generalmente se representa con el símbolo g. El valor de g es, aproximadamente, de 32 pies/seg/seg (que se escribe 32 pies/seg^2) o 980 cm/seg/seg (980 cm/seg^2). En un lugar dado de la superficie terrestre la aceleración de la gravedad es constante.

Movimientos más complicados que los descritos, rara vez se encuentran en los cursos elementales de Física. Por tanto, los problemas ilustrativos de la cinemática incluyen sólo los movimientos antes mencionados.

PROCEDIMIENTO PARA RESOLVER PROBLEMAS

Hay que darse cuenta que los conceptos relacionados con el movimiento son, fundamentalmente, el desplazamiento, la velocidad y la aceleración. Los problemas que incluyen al movimiento tratan con estos conceptos, por lo que sus definiciones son muy importantes. En realidad, todos los problemas en cinemática estarán limitados a situaciones tales que puedan representarse con relaciones (fórmulas) que se deriven fácilmente por lógica matemática de las ecuaciones de definición. El mejor consejo que puede darse al principiante al llegar a este punto es que tenga bien sabidas las definiciones; debe tener cuidado de no memorizar símbolos, puesto que éstos solos carecen de significado, pudiendo significar diferentes conceptos en diferentes situaciones. Lo importante es conocer lo que dicen los símbolos en todas y en cada situación, dándose cuenta que por métodos matemáticos, es posible razonar lógicamente cada situación física. Si los conceptos y sus relaciones se conocen verdaderamente, las fórmulas se recordarán con facilidad. En verdad son difíciles de aprender porque como expresiones abreviadas, son en sí mismas simples estímulos para la memoria.

Probablemente la mayor dificultad se encuentre en las *unidades*. Con objeto de usar una ecuación de definición con mayor efectividad, las unidades usadas deben ser compatibles entre sí; esto se lleva a cabo reduciendo todos los datos a unidades básicas, sin mirar las que se utilicen en el enunciado del problema. Este procedimiento debe llevar a una solución cuantitativa del problema, que se encontrará en las unidades básicas correspondientes.

Otro procedimiento es conservar todas las unidades en el desarrollo del problema, tratándolas como cantidades algebraicas en lo que respecta a factorizarlas, multiplicarlas, dividirlas, etc. Los profesores de Física están divididos con relación a estas dos alternativas. Una escuela de pensamiento arguye que siguiendo el último procedimiento las unidades del resultado se encuentran por sí mismas, evitándose así cualquier equivocación en las unidades. La otra escuela arguye que sustituir las unidades a lo largo de un problema es engorroso, puesto que complica enormemente los detalles aritméticos, siendo además bastante arbitrario; su punto de vista es que las relaciones existen entre los conceptos y que hay un mérito en establecer una unidad básica para cada concepto de acuerdo con su ecuación de definición (una unidad en cada sistema de unidades), y los tres conceptos básicos de longitud, masa y tiempo. De este modo, los detalles aritméticos involucrando unidades quedan confinados a reducir los datos a las unidades básicas antes que se considere la parte física del problema. Ciertamente, este procedimiento minimiza una posible confusión, al separar la conversión de unidades del análisis de las relaciones conceptuales, las que son dos operaciones completamente diferentes.

En este texto los estudiantes serán encaminados a seguir este procedimiento, esto es, reduciendo primero todos los datos a sus unidades básicas, olvidándolas después hasta encontrar la solución que llevará las unidades apropiadas al concepto en cuestión.

PROBLEMA

Un barco navega hacia el oriente recorriendo 40 millas (mi) en 2 hr. ¿Cuánto es su rapidez media? ¿Cuánto su velocidad media?

SOLUCION

Este problema parece trivial; se tiene esta sensación sencillamente porque la ecuación de definición de la rapidez media, $\bar{v} = s/t$, es por lo general bien conocida. El problema ofrece una oportunidad de anotar que si todos los conceptos físicos fueran tan bien conocidos, todos los problemas de un curso de Física de primer año también se verían triviales.

Primera etapa en la solución:

Recordar la ecuación, o ecuaciones de definición de todos los conceptos importantes involucrados. Aquí solamente hay uno, a saber:

$$\bar{v} = \frac{s}{t}$$

Segunda etapa:

Combinar la ecuación de definición con cualquier otra relación conocida (previamente derivada) para llegar a la expresión matemática de cualquier concepto solicitado en el problema. Aquí esta etapa es innecesaria.

Tercera etapa.

Sustituir valores numéricos y despejar las incógnitas.

$$\bar{v} = \frac{40 \text{ mi}}{2 \text{ hr.}} = 20 \text{ mi/hr}$$

Esta es la rapidez media. La velocidad media es de 20 mi/hr hacia el oriente.

PROBLEMA

Un automóvil viajando en línea recta con la velocidad inicial de 20 mi/hr, se acelera uniformemente hasta adquirir la velocidad de 40 mi/hr, al cabo de 10 seg. ¿Cuánto vale la aceleración y qué distancia recorre el automóvil durante ese lapso?

SOLUCION

Este problema se refiere al movimiento uniformemente acelerado que se caracteriza porque $a =$ constante. La ecuación de definición de la aceleración es:

$$a = \frac{v - v_0}{t}.$$

Si ésta es la única pregunta, los valores numéricos pueden sustituirse numéricamente:

$$a = \frac{40 - 20}{10} \text{ mi/hr/seg}$$

$$\therefore a = \frac{20}{10} = 2 \text{ mi/hr/seg.} \qquad \textit{Resp.}$$

Para determinar el desplazamiento recordar que:

$$s = v_0 t + \tfrac{1}{2} a t^2$$

o que:

$$s = \bar{v} t.$$

Al llegar aquí hay que considerar las unidades, puesto que el tiempo está especificado en diferentes unidades y la velocidad no está expresada en unidades básicas. O bien, habrá que reducir todos los datos a unidades básicas en obsequio de su compatibilidad, o bien, todas las unidades deberán ser sustituidas con sus valores numéricos en las ecuaciones apropiadas. Como se hizo notar anteriormente, el primer procedimiento es el que se recomienda en este libro.

$$v_0 = 20 \text{ mi/hr} = \frac{20 \times 5\,280}{3\,600} \text{ pies/seg} = 29.3 \text{ pies/seg.}$$

$$v = 40 \text{ mi/hr} = 58.6 \text{ pies /seg.}$$

$$t = 10 \text{ seg.}$$

Sustituyendo: $a = \dfrac{v - v_0}{t} = \dfrac{29.3}{10} = 2.93 \text{ pies/seg}^2.$ *Resp.*

y: $s = v_0 t + \tfrac{1}{2} a t^2 = 29.3(10) + \tfrac{1}{2}(2.93)(100)$
$= 29.3 + 146.5 = 439.4 \text{ pies}$ *Resp.*

O también: $s = \bar{v} t$; (donde por definición) $\bar{v} = \dfrac{v_0 + v}{2}$.

de donde: $s = \left(\dfrac{29.3 + 58.6}{2}\right) 10$
$= (43.95(10) = 439.5 \text{ pies}$ *Resp.*

Nótese que el primer resultado de la aceleración, a saber, 2 mi/hr/seg es lo mismo que:

$$\frac{2 \times 5\,280}{3\,600} \text{ pies/seg}^2 = \frac{5\,280}{1\,800} = 2.93 \text{ pies/seg}^2,$$

que es el segundo resultado de la aceleración.

PROBLEMA

Un cuerpo está cayendo libremente. Calcular su rapidez al cabo de 3 seg si el cuerpo parte del reposo. Calcular la distancia que recorre mientras tanto. (Despréciese la resistencia del aire.)

SOLUCION

Debe recordarse que un cuerpo cayendo sin ningún obstáculo adquiere un movimiento uniformemente acelerado, cuyas ecuaciones son:

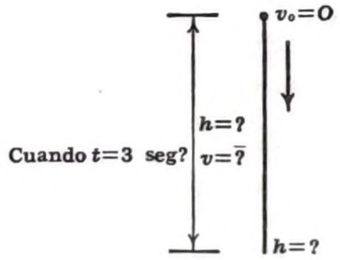


FIG. 19

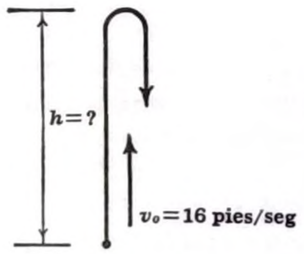


FIG. 20

$$v = v_0 - gt;\ s = v_0t - \tfrac{1}{2}gt^2;\ \text{y}\ v^2 = v_0^2 - 2gh;$$

donde la aceleración tiene el valor $g = 32$ pies/seg², siendo negativa.

$$v = v_0 - gt = 0 - 32(3) = -96 \text{ pies/seg.}$$

(El signo negativo significa que el sentido de la velocidad es hacia abajo.) *Resp.*

Puesto que: $v^2 = v_0^2 - 2gh$

$$\therefore\ h = \frac{v^2 - v_0^2}{2g} = \frac{(-96)^2 - 0}{2(32)} = \frac{9\,216}{64} = 144 \text{ pies.} \quad \textit{Resp.}$$

Un procedimiento alternativo para resolver esta parte del problema es el siguiente:

$$s = v_0t - \tfrac{1}{2}gt^2 = 0 - \tfrac{32}{2}(9) = 144 \text{ pies.}$$

PROBLEMA

Un cuerpo es arrojado verticalmente hacia arriba con una rapidez de 16 pies/seg. ¿A qué altura llega? (Despreciar la resistencia del aire.)

SOLUCION

Este problema corresponde al movimiento uniformemente acelerado, donde la aceleración es $-g$, y la velocidad inicial es de 16 pies/seg. Para este movimiento las tres ecuaciones (que se suponen son bien conocidas ahora) son:

$$\begin{cases} v = v_0 - gt. & v_0 = 16 \text{ pies/seg.} \\ s = v_0t - \tfrac{1}{2}gt^2. & g = 32 \text{ pies/seg}^2. \\ v^2 = v_0^2 - 2gh. \end{cases}$$

La altura a la que llega el cuerpo depende del tiempo que necesita para llegar al reposo en su movimiento hacia arriba, antes de que empiece a bajar, es decir que $v = 0$ en la parte más alta de la trayectoria.

Pero $v = v_0 - gt.$

$\therefore\ 0 = +16 - 32t.$

$\therefore\ t = \tfrac{16}{32} = 0.5$ seg (tiempo necesario para llegar arriba).

Puesto que: $v^2 = v_0^2 - 2gh,$

$0 = 16^2 - 2(32)h.$

$$h = \frac{16^2}{64} = \frac{256}{64} = 4 \text{ pies.} \qquad \textit{Resp.}$$

PROBLEMA

Un automóvil de carreras recorre una trayectoria circular de 1 000 pies de radio a la velocidad de 120 mi/hr. Calcular, si existe, la aceleración del centro de gravedad del automóvil.

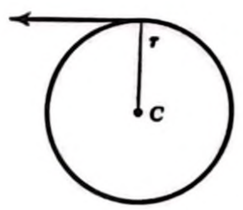


FIG. 21

SOLUCION

Este problema es una aplicación del movimiento circular uniforme cuya aceleración es centrípeta, esto es, dirigida hacia el centro del círculo. Dibújese un diagrama.

Recordar que en este caso la aceleración vale:

$$a_c = \frac{v^2}{r}. \qquad v = 120 \text{ mi/hr.}$$

$$= \frac{120(5\,280)}{3\,600} = 176 \text{ pies/seg}$$

y $r = 1\,000$ pies.

$$\therefore\ a_c = \frac{(176)^2}{1\,000} = \frac{30\,980}{1\,000} = 30.98 \text{ pies/seg}^2 \text{ hacia el centro.} \quad \textit{Resp.}$$

Comentario. Este problema, como muchos otros en Física, es muy sencillo si se reconoce cuál es su tipo, es decir, si se reconoce como un ejemplo de uno de los movimientos estudiados. Aunque parece que consiste solamente en sustituir valores numéricos en la fórmula, la que por supuesto debe recordarse, es importante que el estudiante comprenda los conceptos; lo que lo ayudará a reconocer el tipo de movimiento involucrado.

PROBLEMAS: CINEMATICA DEL MOVIMIENTO DE TRASLACION

1. Un automovilista recorre una distancia de 10 mi en 20 min. Durante el arranque acelera uniformemente el automóvil, en 10 seg, desde 30 hasta 60 mi/hr. (a) ¿Cuál es la velocidad media, en millas por hora, en todo el recorrido? (b) ¿Es constante la rapidez en las 10 mi? (c) ¿Cuánto vale la aceleración del automóvil en el lapso de 10 seg? (Expresarlo en pies/seg^2). (d) ¿Qué distancia recorre el automóvil en el lapso de 10 seg?
2. Un cuerpo se desplaza 400 pies, partiendo del reposo. Si su aceleración es de 50 pies/seg^2, ¿en qué tiempo lo llevó a cabo?
3. ¿Cuánto tiempo tardará un cuerpo que lleva la velocidad media de 15 pies/seg en recorrer una distancia de 6 000 pies?
4. La pista de un aeropuerto tiene una longitud de 800 pies. Un avión, partiendo del reposo, debe adquirir una velocidad de 176 pies/seg con objeto de despegar; calcular: (a) La aceleración, suponiéndola constante; (b) El tiempo necesario para que el avión adquiera la velocidad mencionada.
5. Desde la azotea de un edificio se deja caer un cuerpo, que tarda 3 seg en llegar al piso, ¿qué altura tiene el edificio?
6. Un tren de juguete de 4 lb recorre una trayectoria circular con la rapidez constante de 5 pies/seg. El radio de curvatura de la trayectoria es de 3 pies, ¿cuánto vale la aceleración del tren y qué dirección tiene?
7. La aceleración de la gravedad es de 32 pies/seg^2. Un cuerpo se deja caer tardando 6 seg en hacerlo, ¿qué distancia recorrió?
8. Un cuerpo es arrojado verticalmente hacia arriba a 64 pies/seg. (a) ¿Cuánto tiempo permanecerá en el aire? (b) ¿A qué altura llegará? (c) ¿En dónde estará a los 3 seg después de su partida?
9. Un automóvil, llevando inicialmente 30 mi/hr (44 pies/seg), se acelera hasta 60 mi/hr en 10 seg. (a) ¿Cuánto vale la aceleración? (b) ¿Qué distancia recorre durante los 10 seg?
10. Un automóvil recorre con rapidez constante una curva de 2 000 pies de radio, a 30 mi/hr, ¿cuál es la aceleración del automóvil?
11. Un guijarro se deja caer en un pozo. Si el choque con el agua se oye 3 seg después, ¿qué profundidad tiene el pozo?
12. Un bloque, deslizándose hacia abajo en un plano liso, recorre 10 cm en el primer segundo a partir del reposo, 30 cm más en el segundo segundo, 50 cm más en el tercer segundo, 70 cm más en el cuarto segundo y 90 cm adicionales en el quinto segundo, ¿cuánto vale su aceleración?

Dinámica lineal. La *Dinámica*, en contraste con la *Cinemática* que trata en abstracto con el movimiento, trata del movimiento y de sus cambios en los cuerpos reales (cuerpos con masa) bajo la influencia de las fuerzas.

Leyes del movimiento de Newton. El movimiento de los cuerpos se ha encontrado experimentalmente que es compatible con tres leyes descubiertas por Newton; estas leyes son:

I. Un cuerpo en reposo o con movimiento uniforme, continúa en reposo o con movimiento uniforme, excepto que una fuerza resultante actúe sobre el cuerpo cambiando su movimiento.

II. Si una fuerza resultante actúa *sobre* un cuerpo dado, éste adquiere una aceleración proporcional en magnitud a la fuerza y en la dirección de ésta.

III. A cada fuerza se le opone una fuerza de reacción igual, de sentido opuesto y con la misma dirección.

Estas leyes no están sujetas a prueba derivándolas de definiciones; más bien deben considerarse como leyes naturales y como punto de partida en la derivación de otras relaciones, así como la clave para la solución de muchos problemas.

Ahora, debe ser evidente para el estudiante que la primera ley de Newton justifica el procedimiento seguido en problemas de equilibrio, es decir, poner que la resultante de todas las fuerzas actuando *sobre* un cuerpo debe ser igual a cero. La tercera ley explica también que para cada fuerza actuando en el cuerpo, existe una fuerza correspondiente que el cuerpo ejerce sobre algún otro.

La segunda ley, sin embargo, es más general que la primera; no solamente dice que se suman las fuerzas que recibe un cuerpo en equilibrio, sino que las fuerzas se suman en general. En lenguaje matemático la segunda ley dice que:

$$\Sigma F = kma,$$

o sea, que la fuerza resultante es proporcional al producto de la masa del cuerpo por su aceleración. Obviamente si todas las fuerzas que recibe un cuerpo de masa conocida pueden ser calculadas, y si el valor de la constante de proporcionalidad k se conoce, la aceleración del cuerpo puede ser determinada. Si entonces se encuentra que el movimiento es uno de los estudiados en cinemática, entonces los diversos aspectos del movimiento pueden ser calculados con la fórmula cinemática apropiada; de este modo la segunda ley resulta ser la base para la solución de muchos problemas dinámicos, siendo una herramienta analítica muy poderosa.

Unidades. El factor de proporcionalidad k en la fórmula:

$$F = kma$$

depende de las unidades en que se expresa F, m y a. Escogiendo apropiadamente las unidades de los conceptos de fuerza y masa, el valor de k puede tomar el valor unitario, puesto que ya existe una unidad básica de aceleración (cm/seg² o pie/seg²). Por tanto, una unidad de fuerza es igual a una unidad de masa multiplicada por una unidad de aceleración:

$$F = ma.$$

Vulgarmente la "libra" es una unidad asociada tanto con la masa como con el peso. Sin embargo, como el peso es una fuerza, no deberá expresarse en unidades de masa y viceversa. La misma dificultad se encuentra con el "gramo" que vulgarmente algunas veces se toma como unidad de peso y otras como unidad de masa.

Como la aceleración de la gravedad es la aceleración asociada con la fuerza de la gravedad (peso) que un cuerpo recibe, se deduce que:

$$w = mg.$$

Debido a la falta de unanimidad con relación a las unidades de fuerza y de masa y porque la libra (o el gramo), no pueden usarse simultáneamente para fuerza y masa en la misma ecuación, los estudiantes deben familiarizarse con cuatro sistemas de unidades, dos ingleses y dos métricos. El llamado sistema *Británico de Ingeniería* usa la *libra* como unidad de *fuerza* e introduce el *slug* como unidad de *masa*. En el sistema *Inglés absoluto* la *libra* se usa como unidad de *masa* y el *poundal* se introduce como unidad de *fuerza*. En el sistema *C.G.S. absoluto*, el *gramo* se mantiene como unidad de *masa* y la *dina* se introduce como unidad de *fuerza*. El cuarto sistema llamado Sistema *Métrico de Ingeniería*, usa el *gramo* (o más exactamente el gramo peso) como unidad de *fuerza*, siendo la unidad de masa una unidad sin nombre. (Es una masa cuyo peso es de 980 g).

En este libro, como en muchos cursos de Física con tendencia hacia la ingeniería, se usan solamente los sistemas británico de ingeniería y C.G.S. absoluto. De este modo, cuando se usan unidades británicas:

$$F \text{ (libras)} = m \text{ (slugs)} \times a \text{ (pie/seg}^2\text{)}.$$

El *slug* es aquella masa que pesa 32 lb (aproximadamente). En el sistema C.G.S.:

$$F \text{ (dinas)} = m \text{ (gramos)} \times a \text{ (cm/seg}^2\text{)},$$

siendo la *dina* el peso de una masa igual a $\frac{1}{980}$ g.

En consecuencia, se recomienda en la solución de los problemas, que las masas se reduzcan a slugs o a gramos, en el sistema británico o en el C.G.S. en forma respectiva, independientemente de las unidades en que se den los datos del problema, y que las fuerzas (incluyendo el peso o fuerza de gravedad) se reduzcan a libras o a dinas, antes de tomar en cuenta cualquier fórmula. Para llevar esto a cabo, *dividir las libras entre 32 para encontrar slugs, y multiplicar gramos por 980 para obtener dinas*. Esto es muy importante al resolver problemas, porque de no hacerlo se llega a una inevitable e innecesaria confusión.

Unidades M.K.S. El sistema así llamado se introduce cada vez más en los textos de Física. En este sistema la longitud se expresa en metros, la masa en kilogramos y el tiempo en segundos. Se espera que este sistema se vuelva universal y reemplace tanto al sistema británico como al C.G.S.; como en los países de habla inglesa esto todavía no se lleva a cabo en problemas prácticos, el sistema M.K.S. será tratado como un sistema adicional a los sistemas descritos anteriormente. En el sistema M.K.S. la *unidad de fuerza* es el *newton*, que es equivalente a 10^5 dinas, o aproximadamente al peso de 100 g, o muy aproximadamente a $\frac{1}{5}$ de libra. El newton es la fuerza necesaria para que un kilogramo adquiera la aceleración de un metro por segundo, por segundo.

PROCEDIMIENTO PARA RESOLVER PROBLEMAS

El estudiante debe ya entender, a esta altura, la razón para que en el análisis de un problema se consideren todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo aislado; esto es simplemente lo que dice la ley de Newton que le sucede al movimiento de un cuerpo bajo la influencia de las fuerzas. Por tanto, se sugieren lógicamente ciertas etapas específicas en la solución de todos los problemas de dinámica.

1. Dibújese un diagrama representando la situación descrita por el problema, rotulando todas las cantidades involucradas y especificando la incógnita, así como los factores conocidos.

2. Aislar el cuerpo en cuestión, indicando *todas las fuerzas* que el cuerpo *recibe*. Descártense las fuerzas que el cuerpo ejerce sobre cualquier otro.

3. Tabular las componentes x y y de *todas* las fuerzas que actúan *sobre* el cuerpo.

4. Utilizar la segunda ley de Newton, $F = ma$, aplicándola separadamente a las componentes x y y:

$$\Sigma F_x = ma_x$$
$$\Sigma F_y = ma_y.$$

5. Intentar resolver las dos ecuaciones así obtenidas si no hay más de dos incógnitas; si parece que haya más de dos, considerar la relación siguiente:

$$w = mg$$

o la ley de la fricción: $F = nN$

como se hizo en estática o en problemas de equilibrio.

Comentario. Si se conocen todas las fuerzas y la masa, este procedimiento permitirá calcular la aceleración. Si la aceleración se conoce, por ser dato en el problema, tal vez una o más fuerzas que el cuerpo recibe serán las incógnitas.

6. Si la aceleración se calcula, el estudiante debe considerar si el problema encaja o no en las categorías consideradas en el precedente estudio cinemático; si la categoría se reconoce, entonces las ecuaciones para el movimiento (recuérdense las fórmulas entre llaves en cinemática) se pueden aplicar, pudiendo entonces considerar factores tales como la velocidad en cualquier tiempo, la velocidad inicial, el desplazamiento o el tiempo transcurrido. Muchos problemas que a primera vista parecen incompletos, producen una sorprendente cantidad de información si se resuelven de un modo lógico y apropiado.

Precaución. Al sustituir valores numéricos en las ecuaciones (etapa 4) hay que asegurarse de que los datos se han reducido a las unidades básicas del sistema utilizado.

PROBLEMA

Un cuerpo de 16 lb se arrastra por una superficie horizontal, al estar sometido a una fuerza horizontal de 10 lb. El coeficiente de fricción entre el cuerpo y la superficie vale 0.4. Si el cuerpo estaba en reposo, ¿qué distancia recorrerá en 3 seg?

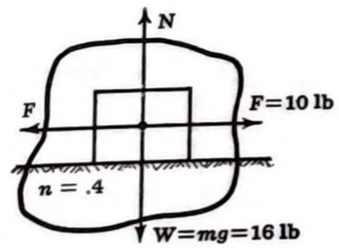


FIG. 22

SOLUCION

Dibujar un diagrama.

Aislar al cuerpo e indicar todas las fuerzas que recibe.

Tabular las componentes x y y de todas las fuerzas que el cuerpo *recibe* y aplicar las ecuaciones $\Sigma F_x = ma_x$; $\Sigma F_y = ma_y$.

FUERZA	COMP. X	COMP. Y
F	$+10$	0
W	0	-16
N	0	$+N$
f	$-f$	0

$$10 - f = ma_x.$$
$$-16 + N = ma_y.$$

Pero $m = {}^{16}\!/_{32}$ **slugs,**

y $f = 0.4\ N$; a_y **evidentemente vale 0 (equilibrio).**

$$\therefore\ N = 16 \text{ lb};$$
$$10 - 0.4(16) = {}^{16}\!/_{32}a_x = 10 - 6.4 = 3.6.$$
$$\therefore\ a = 3.6\ {}^{32}\!/_{16} = 7.2 \text{ pies/seg}^2$$

¡Nota! a = constante (7.2 pies/seg²), por lo que el movimiento es uniformemente acelerado, pudiéndose aplicar sus ecuaciones:

$$v = v_0 + at,$$
$$s = v_0t + \tfrac{1}{2}at^2,$$
$$v^2 = v_0^2 + 2as.$$

Por otra parte, $v_0 = 0$ (dato del problema).

$$\therefore\ s = 0(3) + \tfrac{1}{2}(7.2)(3)^2 = 32.4 \text{ pies en 3 seg.} \qquad \textit{Resp.}$$

PROBLEMA

Un elevador se acelera hacia arriba a 2 pies/seg². Si el elevador pesa 500 lb, ¿cuánto es la tensión del cable que lo soporta?

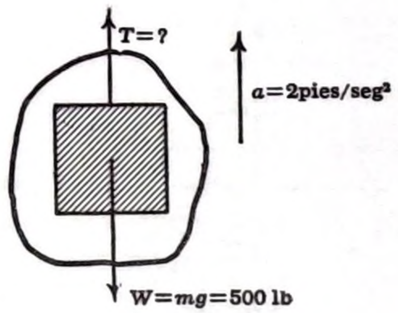


FIG. 23

SOLUCION

Diagrama.
Cuerpo aislado y fuerzas que recibe.

Poner $$\Sigma F = ma.$$
$$T - mg = ma.$$

Sustituir valores y despejar.

$$T - 500 = {}^{500}\!/_{32}(2) = 31.2.$$
$$\therefore \quad T = 500 + 31.2$$
$$= 531.2 \text{ lb.} \qquad \textit{Resp.}$$

PROBLEMA

Un cuerpo de 32 lb es arrastrado, a lo largo de una superficie horizontal lisa, por un peso de 2 lb, colgado de una cuerda que pasa sobre una polea con fricción, montada de tal modo que la cuerda que tira del cuerpo es paralela a la superficie. ¿Qué aceleración adquiere el cuerpo y el peso? ¿Cuánto vale la tensión de la cuerda?

SOLUCION

Diagrama

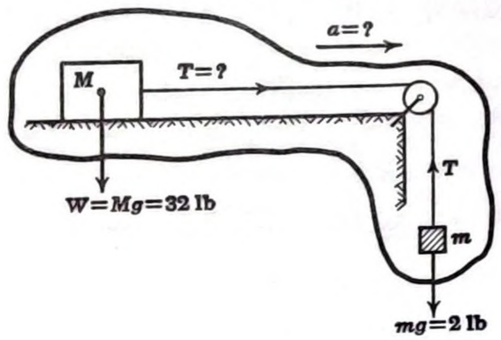


FIG. 24

Aislar el cuerpo, la cuerda y el peso, ya que todos se mueven en conjunto.

Aplicar $F = ma$ en la dirección del movimiento.
$$mg = (M + m)a.$$

Sustituir valores y despejar.

$$2 = ({}^{32}\!/_{32} + {}^{2}\!/_{32})a.$$
$$\therefore \quad a = \frac{2}{{}^{34}\!/_{32}} = 1.9 \text{ pies/seg}^2. \qquad \textit{Resp.}$$

Comentario. Como T no es una fuerza externa en el sistema combinado, sino que es una fuerza interna, no se toma en cuenta en la solución anterior. Para encontrar T, debe aislarse el cuerpo que se arrastra; entonces:

$$T = {}^{32}\!/_{32}(1.9) = 1.9 \text{ lb.} \qquad \textit{Resp.}$$

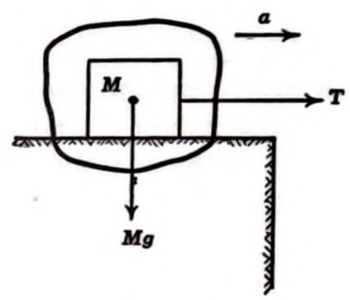


FIG. 25

PROBLEMA

Un proyectil de 20 g se dispara verticalmente con una velocidad inicial de 20 000 cm/seg. ¿Qué aceleración tiene el proyectil al abandonar el rifle? ¿En qué tiempo llega a su altura máxima? ¿Dónde está el proyectil y qué velocidad lleva 30 seg después del disparo? (Despréciese la resistencia del aire).

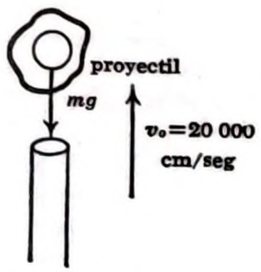


FIG. 26

SOLUCION

Diagrama.

Aislar el proyectil e indicar las fuerzas que recibe; nótese que la única fuerza es su peso, igual a $-mg$.

Aplicar $$F = ma.$$
$$-mg = ma.$$
$$\therefore \quad a = -g = -980 \text{ cm/seg}^2.$$

(a apunta hacia abajo y es igual a la aceleración de la gravedad.) *Resp.*

Por tanto, el movimiento es uniformemente acelerado, ya que $a =$ constante.

$$\therefore \quad v = v_0 + at = 20\,000 - 980t.$$

En la altura máxima $v = 0$. $\therefore \quad 0 = 20\,000 - 980t.$

$$\therefore \quad t = \frac{20\,000}{980} = 20.4 \text{ seg} \qquad \textit{Resp.}$$

al alcanzar la máxima altura.

Después de 30 seg el desplazamiento está dado por:

$$s = v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2 = 20\,000(30) - \tfrac{1}{2}(980)900$$
$$= 600\,000 - 441\,000 = 159\,000 \text{ cm} \qquad \textit{Resp.}$$

arriba del punto de partida.

Aplicando ahora $$v = v_0 + at$$
$$= 20\,000 - 980(30) = -9\,400 \text{ cm/seg (hacia abajo).} \qquad \textit{Resp.}$$

PROBLEMA

Se hace girar un cuerpo en un círculo vertical por medio de una cuerda sujeta al centro del círculo. Calcular la mínima velocidad que debe llevar el cuerpo cuando pase por el punto más alto, para que la cuerda esté apenas tirante, es decir, que se encuentre justamente en el borde del colapso. El radio del círculo es de 3 pies.

SOLUCION

Diagrama.

FIG. 27

Cuerpo aislado.
Indicar las fuerzas que recibe el cuerpo.
(En las condiciones del problema no existe tensión en la cuerda).

Poner $\Sigma F = ma.$
$-mg = ma.$ $\quad \therefore \quad a = -g.$

En esta etapa reconocer que el movimiento es, aproximadamente, circular uniforme, por lo que en el punto en cuestión:

$$a_c = -\frac{v^2}{r}.$$
$$\therefore \quad -\frac{v^2}{r} = -g$$
$$\text{o} \quad v^2 = rg.$$

(El signo menos indica que en la parte más alta de la trayectoria la dirección y sentido de a, es vertical y hacia abajo.)

Sustituyendo valores numéricos.

$$v^2 = 3(32).$$
$$v = \sqrt{3(32)} = \sqrt{96} = 9.8 \text{ pies/seg.} \qquad \textit{Resp.}$$

PROBLEMAS: DINAMICA LINEAL

1. Un cuerpo que pesa 48 lb, recibe una aceleración de 8 pies/seg². ¿Cuánto vale la fuerza resultante en la dirección de la aceleración?
2. Un elevador que pesa 2 000 lb sube con una aceleración de 2 pies/seg². ¿Cuánto vale la tensión del cable que lo levanta?
3. Una fuerza resultante de 500 dinas actúa hacia el occidente sobre una masa de 10 g. ¿Cuál será la aceleración del cuerpo?
4. Dos pesos de 8 lb y de 16 lb cuelgan de los extremos de una cuerda que pasa por una pequeña polea sin fricción. Si se libera el sistema, ¿cuánto valdrá la aceleración del peso de 16 lb?
5. Un pasajero que pesa 160 lb en tierra, pesa, aparentemente, cuando viaja en un avión 140 lb, según indica una balanza de resorte (un dinamómetro). (a) ¿Cuánto vale la masa del pasajero? (b) La componente vertical de la aceleración del avión, ¿apunta hacia arriba o hacia abajo? (c) ¿Cuánto vale la aceleración vertical? (d) Si la velocidad vertical del avión es constantemente de 40 pies/seg, ¿cuál será el peso aparente del pasajero?
6. Un trineo adquiere una velocidad tal al pie de una pendiente, que todavía recorre 300 pies en una superficie a nivel antes de detenerse. Suponiendo un coeficiente de fricción de 0.2, ¿cuánto vale la velocidad del trineo al pie de la pendiente?
7. Un cuerpo de 64 lb, cuando se pesa en una balanza de resorte dentro de un elevador en movimiento, parece pesar sólo 60 lb. ¿Cuánto vale la aceleración del elevador y qué dirección y sentido tiene?
8. Una fuerza horizontal actúa sobre un cuerpo de 64 lb colocado en un plano horizontal; en 3 seg el cuerpo recorre 30 pies, partiendo el cuer-

po del reposo. El coeficiente de fricción entre el cuerpo y el plano es de 0.1. ¿Cuánto vale la fuerza?

9. Una cuerda ligera, que pasa sobre una polea vertical, sin fricción, de peso despreciable, tiene unos pesos de 6 y de 8 lb, respectivamente, amarrados en sus extremos. Al liberar los pesos, ¿cuánto vale la aceleración del cuerpo de 6 lb? ¿Del de 8 lb? ¿Cuánto vale la tensión de la cuerda?
10. Calcular la fuerza de tracción que debe recibir un carro de 3 200 lb para que adquiera una aceleración de 8.00 mi/hr/seg.

Fuerzas centrípeta y centrífuga. El problema del cuerpo girando se resolvió anteriormente por una aplicación apropiada de $F = ma$, donde la aceleración se tomó como la característica del movimiento circular. Puesto que el producto de la masa y la aceleración es dimensionalmente una fuerza, resulta evidente que se necesita una fuerza para obligar al cuerpo a seguir una trayectoria circular; esta fuerza se llama *fuerza centrípeta* y se expresa por la relación:

$$F = ma_c = \frac{mv^2}{r}.$$

La fuerza apunta hacia el centro de la trayectoria circular. La reacción a esta fuerza (tercera ley de Newton) se llama *fuerza centrífuga*, que apunta alejándose del centro de la trayectoria, y que es la fuerza que ejerce el cuerpo sobre algún otro.

PROBLEMA

En una lavadora giratoria la ropa es obligada a girar en una trayectoria circular, no así el agua, porque el tambor que encierra la ropa está perforado. Supongamos que 4 lb de ropa se encuentran uniformemente repartidas en el interior de un tambor de 1 pie de radio. Calcular la fuerza que recibe la ropa (pero no las gotillas de agua) que tiende a separar el agua de aquélla, si el tambor da una vuelta por segundo (equivalente a una rapidez de la ropa de 6.28 pies/seg).

SOLUCION

Diagrama.

Darse cuenta que la fuerza resultante es principalmente la fuerza centrípeta.

$$F = \frac{mv^2}{r} = \frac{4}{32}\left(\frac{6.28}{1}\right)^2 = 4.93 \text{ lb.} \qquad \textit{Resp.}$$

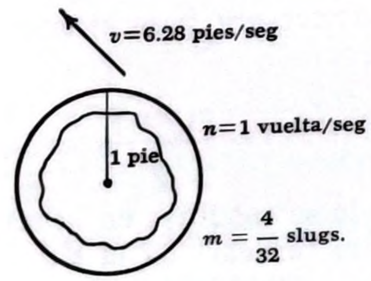


FIG. 28

Comentario. Si el eje del tambor es horizontal, la fuerza calculada disminuye 4 lb de peso en la parte superior y aumenta 4 lb de peso en la parte inferior.

Movimiento de proyectiles. Anteriormente ya fue tratado el movimiento de un proyectil en un caso especial, el de un cuerpo arrojado verticalmente hacia arriba. En general, a un proyectil puede dársele una velocidad inicial en cualquier dirección. En consecuencia, el movimiento de los proyectiles en general (sin considerar los efectos de la resistencia del aire) es bidimensional, esto es, la velocidad inicial tiene componentes tanto x como y. La componente x de la velocidad es siempre constante (el movimiento a lo largo del eje de las x es uniforme), y la componente y del movimiento es un movimiento uniformemente acelerado, con la aceleración de la gravedad.

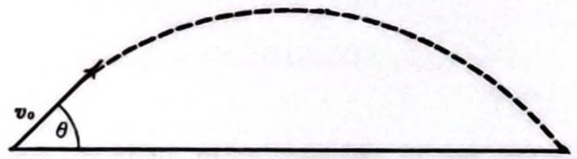


FIG. 29

$$a_x = \text{const}; v_x = v_{ox} = v_o \cos\theta; x = v_x t.$$
$$a_y = -g; v_y = v_{oy} - gt = v_o \operatorname{sen}\theta - gt,$$
y $$y = v_{oy}t - \tfrac{1}{2}gt^2 = v_o \operatorname{sen}\theta\, t - \tfrac{1}{2}gt^2.$$

PROCEDIMIENTO PARA RESOLVER PROBLEMAS

Tratar las dos componentes del movimiento separadamente. La clave para la solución del movimiento a lo largo del eje de las y, es el recordar que en la parte más alta de la trayectoria el valor de $v_y = 0$.

Pero, en general, $v_y = v_o \operatorname{sen} \theta - gt$.
$\therefore$ de donde el tiempo necesario para alcanzar la parte más alta de la trayectoria vale:

$$t = \frac{v_o \operatorname{sen} \theta}{g}.$$

Este valor de t, cuando se sustituye en la ecuación para encontrar y (desplazamiento vertical) da la altura de la trayectoria. Este valor de t, cuando se sustituye en la ecuación para encontrar x (desplazamiento horizontal) da la mitad del valor del alcance.

PROBLEMA

Un mortero se dispara con una inclinación de 60°. La velocidad inicial del proyectil es de 1 000 pies/seg. Calcular la altura máxima del proyectil y su alcance, despreciando la resistencia del aire.

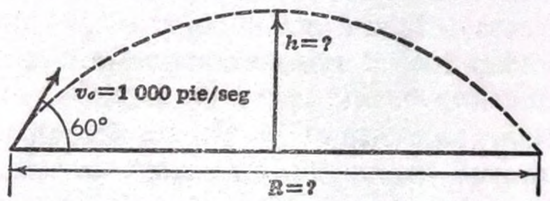


FIG. 30

SOLUCION

Diagrama.

O tener en cuenta que el problema es un problema sobre proyectiles, o aislar el proyectil e, indicando las fuerzas que actúan sobre él, demostrar que mientras se encuentra en el espacio sólo la fuerza de la gravedad actúa (excluyendo la resistencia del aire). El movimiento vertical está caracterizado por la ecuación:

$$a_y = -g,$$

como el movimiento horizontal es uniforme:

$$a_x = 0.$$

$$\therefore \quad v_x = v_o \cos \theta; \qquad v_y = v_o \operatorname{sen} \theta - gt$$

También: $x = v_o \cos \theta t$; $y = v_o \operatorname{sen} \theta t - \frac{1}{2} g t^2$.

Primero, calcular el tiempo necesario para que el proyectil alcance su altura máxima; para esto escribir:

$$v_y = 0 = v_o \operatorname{sen} \theta - gt.$$

$$\therefore \quad t = \frac{v_o \operatorname{sen} \theta}{g}.$$

Sustituyendo valores:

$$t = \frac{1\,000 \operatorname{sen} 60°}{32} = \frac{866}{32} = 27 \text{ seg (aproximadamente).}$$

En este tiempo la altura alcanzada por el proyectil será:

$$y = v_o \operatorname{sen} \theta\, t - \tfrac{1}{2} g t^2 = 1\,000\,(0.866)(27) - \tfrac{1}{2}(32)(27)^2$$
$$= 23\,400 - 11\,700 = 11\,700 \text{ pies.}$$
$$\therefore \quad h = 11\,700 \text{ pies.} \qquad \textit{Resp.}$$

Durante el mismo tiempo el desplazamiento horizontal es:

$$x = v_o \cos \theta\, t = 1\,000(0.5)(27) = 13\,500.$$

El alcance R es igual al doble del valor de x.

$$\therefore \quad R = 2(13\,500) = 27\,000 \text{ pies.} \qquad \textit{Resp.}$$

Cantidad de movimiento e impulso de una fuerza. La *cantidad de movimiento* es un concepto que se define como el producto de la masa y la velocidad.

Cantidad de movimiento $= mv$ (una magnitud vectorial).

La cantidad de movimiento es importante debido al principio de su conservación cuyo enunciado es: en una colisión de dos o más cuerpos en un sistema aislado, la cantidad de movimiento en el sistema permanece constante. Esto significa que *después* de la colisión la suma de las cantidades de movimiento de todos los cuerpos considerados, es igual a la suma de las cantidades de movimiento *antes* de la colisión, si no actúan fuerzas externas sobre el sistema.

Puede demostrarse que el cambio en la cantidad de movimiento de un cuerpo dado es igual a la fuerza que el cuerpo recibe, multiplicada por el tiempo que tarda en cambiar la cantidad de movimiento:

$$mv - (mv)_o = \text{ft}$$

El producto ft se llama *impulso de la fuerza.*

PROBLEMA

Un automóvil de 4 000 lb viajando a 30 mi/hr alcanza y choca con un carro de 2 000 lb, que viaja en la misma dirección a 15 mi/hr. En el

choque se traban sus parachoques, por lo que los dos carros se mueven como un sólo cuerpo. ¿Con qué velocidad se mueve el sistema combinado, despreciando la fricción?

SOLUCION

Esta es una situación que involucra el principio de la conservación de la cantidad de movimiento.

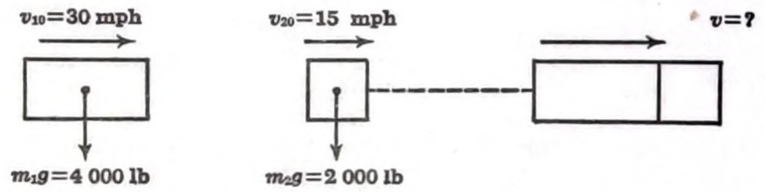


FIG. 31

$$v_{10} = 30 \text{ mph} = 44 \text{ pies/seg.}$$
$$v_{20} = 15 \text{ mph} = 22 \text{ pies/seg.}$$
$$m_1 = \frac{4\,000}{32} = 125 \text{ slugs}; \; m_2 = \frac{2\,000}{32} = 62.5 \text{ slugs.}$$

Donde $m_1v_{10} + m_2v_{20} = (m_1 + m_2)\,v$.
Despejar a v y sustituir valores:

$$v = \frac{m_1v_{10} + m_2v_{20}}{m_1 + m_2} = \frac{125(44) + 62.5(22)}{187.5}$$
$$= 37 \text{ pies/seg (aproximadamente).} \qquad \textit{Resp.}$$

PROBLEMA

Un niño está parado en hielo muy resbaladizo (se supone que no hay fricción). El niño arroja un cuerpo de 5 lb en dirección horizontal con una velocidad de 2 pies/seg. Si el niño pesa 80 lb, ¿con qué rapidez empezará a moverse en dirección opuesta?

SOLUCION

Es ésta una situación que involucra la conservación de la cantidad de movimiento; debe tenerse en cuenta que como la cantidad de movimiento inicial vale cero, la cantidad de movimiento final debe ser también cero. Debido a la naturaleza vectorial de la cantidad de movimiento, la cantidad de movimiento combinada del niño y del cuerpo después del suceso puede ser cero, aunque el momento de cada uno de ellos no lo sea, si se tiene en cuenta que se mueven en sentidos opuestos.

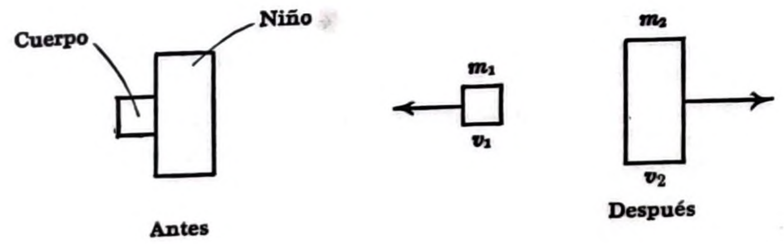


FIG. 32

$$(m_1 + m_2)\,0 = -m_1v_1 + m_2v_2.$$

$$\therefore \; v_2 = \frac{m_1v_1}{m_2} = \frac{\frac{5}{32}(2)}{\frac{80}{32}} = \frac{1}{8} \text{ pies/seg.} \qquad \textit{Resp.}$$

PROBLEMAS: FUERZA CENTRIPETA, PROYECTILES, CANTIDAD DE MOVIMIENTO

1. Un niño, en una bicicleta, recorre un círculo de 40 pies de diámetro con una rapidez de 20 pies/seg. El peso del niño y de la bicicleta es de 160 lb. (a) ¿Cuánto vale la aceleración centrípeta del niño y de la bicicleta? (b) ¿Cuánto vale la fuerza centrípeta que recibe la bicicleta? (c) ¿Cuánto vale la fuerza de fricción entre los neumáticos y la carretera, en dirección hacia el centro de la circunferencia? (d) ¿Cuál es el valor mínimo del coeficiente de fricción entre los neumáticos y la carretera que evite la fricción?
2. Una mosca reposa en el borde de un disco fonográfico de 12 plg ($r = 6$ plg). Al girar el disco, la rapidez que lleva la mosca es de 2 pies/seg; la mosca pesa 0.0032 lb. (a) ¿Cuál es la masa de la mosca? (b) ¿Cuál es su aceleración centrípeta? (c) ¿Cual es la fuerza centrípeta que recibe la mosca? (d) ¿Cuánto debe valer el mínimo coeficiente de fricción para que no se deslice la mosca?
3. Una piedra que pesa 0.5 lb está sujeta a una cuerda de 2 pies de largo. Si la fuerza de ruptura de la cuerda es de 15 lb: (a) Determinar la máxima rapidez que puede adquirir la piedra cuando se haga girar en un círculo horizontal. (b) Calcular, para esta velocidad, el valor de la aceleración de la piedra. (c) Calcular el valor de la cantidad de movimiento de la piedra cuando la cuerda está bajo la tensión máxima que puede soportar.
4. Un sabueso de 60 lb brinca desde una canoa de 40 lb que contiene a un cazador de 160 lb. La canoa, conteniendo al perro y al cazador, estaba originalmente en reposo. La velocidad del perro cuando abandona la canoa es de 20 pies/seg. (a) ¿Cuánto es la velocidad de la canoa cuando el perro la abandona? (b) En ese instante, ¿cuánto vale la cantidad de movimiento del cazador y de la canoa?

5. Un carro que pesa 3 200 lb se mueve a la velocidad de 60 mi/hora. ¿Cuánto vale su cantidad de movimiento? (60 mi/hr = 88 pies/seg).
6. Una bala de rifle se dispara a la velocidad de 1 200 pies/seg haciendo un ángulo de 37° con la horizontal. (Seno 37° = 0.6; coseno 37° = 0.8; tan 37° = 0.75.) Despreciando la resistencia del aire, (a) calcular la componente vertical de la velocidad inicial. (b) Calcular la componente horizontal de la velocidad inicial. (c) ¿Cuánto tiempo permanece la bala en el aire? (d) Calcular cuán lejos la bala alcanza horizontalmente.
7. Un carro de 3 200 lb recorre una curva de 400 pies de radio con la rapidez de 30 mi/hr. Calcular cuánto debe valer la fuerza de fricción entre los neumáticos y el pavimento para que el carro no derrape.
8. Un cuerpo de 8 lb, colgado de una cuerda de 6 pies, oscila alrededor de un eje vertical como péndulo cónico, haciendo 60 r.p.m. Calcular la tensión de la cuerda y el radio del círculo horizontal que describe el cuerpo.
9. Un pequeño bloque es arrojado horizontalmente del borde de una mesa de 4 pies de altura, con una velocidad de 12 pies/seg. Calcular a qué distancia de la mesa cae el bloque y con qué velocidad (en magnitud y dirección) pega en el piso.
10. Una bala de 4 oz se dispara horizontalmente con un rifle de 16 lb. Si la bala tiene una velocidad inicial de 900 pies/seg, ¿con qué velocidad retrocede el cañón del rifle?
11. Una bala de 10 g se dispara hacia un bloque de madera de 2 kg comunicando a éste la velocidad de 20 cm/seg. ¿Con qué velocidad se disparó la bala?

Capítulo 4

TRABAJO Y ENERGIA

Aunque las leyes de Newton son un método muy poderoso para atacar los problemas en mecánica, no son las únicas. En los problemas en los que el tiempo no se menciona específicamente, el concepto de energía proporciona un acceso mejor debido a un importantísimo principio de conservación, llamado de la *conservación de la energía*.

La *energía* es un concepto que se define como la capacidad de dar trabajo; el trabajo es un término técnico que no debe ser confundido con su significado popular de fatiga muscular. Si mientras un cuerpo se desplaza, una fuerza actúa sobre él y si la fuerza, o una componente de ella, actúa en la dirección del desplazamiento, el producto de esta fuerza, o de su componente, y el desplazamiento es lo que se llama *trabajo*. Su ecuación, para una fuerza constante f que actúa a lo largo de un desplazamiento s, es:

$$W = fs$$

Existen varias clases de energía; por ejemplo, la *energía potencial* que es energía debida a la *posición*; en cambio la *energía cinética* es energía debida al *movimiento*. Más exactamente, la energía cinética se define por la siguiente relación:

$$E_c = \tfrac{1}{2}mv^2,$$

y la energía potencial es energía almacenada en un cuerpo por haber recibido trabajo por medio de la llamada *fuerza conservativa*, o sea, aquella cuyo valor no depende de la velocidad, sino más bien de la posición; ejemplos de fuerzas conservativas son la fuerza de la gravedad y la fuerza que ejerce un resorte. La energía potencial debida a la elevación vale:

$$E_p = mgh;$$

la energía potencial de un resorte vale:

$$E_p = \tfrac{1}{2}kx$$

cuando se estira o se comprime una cantidad x. (Más adelante se tratará de los resortes.)

Conservación de la energía. En todos los procesos mecánicos, la suma de las energías potencial y cinética permanece constante para el sistema en cuestión. Si en el proceso hay que suministrar trabajo para vencer la fricción, éste no se incluye en la suma mencionada porque la fuerza de fricción no es conservativa, sino que es una fuerza *disipativa*, la que, por tanto, no puede asociarse con la energía potencial. Otro enunciado del principio de conservación de la energía es que, excluyendo tales fuerzas como la fricción, el aumento de energía cinética de un sistema debe ser igual a la energía potencial que pierde durante cualquier proceso.

Potencia. La rapidez con la que se da o se obtiene trabajo se llama *potencia*. En unidades inglesas se mide en pies-libras/seg; 550 pies-lb/seg, o 33 000 pies-lb/min, representan un caballo de fuerza.

$$P = \frac{W}{t}.$$

PROBLEMA

Un trineo parte del reposo desde la parte más alta de un plano inclinado sin fricción; la parte más alta del plano inclinado está a 60 pies de altura. ¿Con qué rapidez alcanza el trineo la base del plano?

SOLUCION

Este problema puede resolverse por el método de análisis de fuerzas descrito anteriormente: Establecer que $\Sigma F = ma$, encontrando que la aceleración es constante, y calcular la velocidad al terminar el recorrido. Como, no obstante, el tiempo no se menciona específicamente en el problema, se sugiere el método de la energía.
Diagrama.

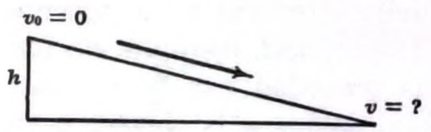


FIG. 33

¡Nota! La energía total $(E_p + E_c)$ en la parte superior, es igual a la energía total $(E_p + E_c)$ en la base.

Arriba		Abajo
$E_p + E_c$	=	$E_p + E_c$
$mgh + 0$	=	$0 + \tfrac{1}{2}mv^2$
$\therefore \quad mgh$	=	$\tfrac{1}{2}mv^2$

$$v^2 = 2gh \qquad \therefore \quad v = \sqrt{2gh}$$

Se sustituyen valores y se ejecutan las operaciones:

$$v = \sqrt{2(32)(60)} = \sqrt{3840} = 62 \text{ pies/seg (aprox.) } \textit{Resp.}$$

PROBLEMA

Un péndulo simple consiste en un cuerpo pequeño (llamado algunas veces lenteja) colgando de una cuerda relativamente larga cuyo peso es despreciable con relación al cuerpo; el movimiento de vaivén de este cuerpo en un plano vertical se llama movimiento pendular. Si la cuerda tiene 3 pies de largo y el péndulo se hace oscilar de modo que la cuerda haga un ángulo de 10° con la vertical, calcular la velocidad del péndulo cuando pase por su posición más baja.

SOLUCION

Este problema también puede resolverse por un análisis de fuerzas, pero se presta mejor a ser resuelto por el método de energía.
Diagrama.

Arriba de la oscilación		Abajo de la oscilación
$E_p + E_c$	=	$E_p + E_c$
$mgh + 0$	=	$0 + \tfrac{1}{2}mv^2$

$$\therefore \quad v = \sqrt{2gh}$$

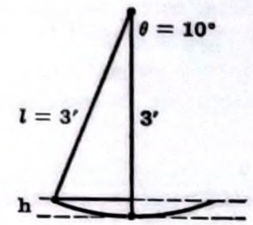


FIG. 34

Para encontrar h, nótese que vale $l - l \cos \theta$

$$= 3 - 3 \cos 10° = 3 - 3(0.985)$$
$$= 3 - 2.96 = 0.04 \text{ pies}$$

$$\therefore \quad v = \sqrt{2(32)(0.04)} = \sqrt{2.56} = 1.6 \text{ pies/seg.} \quad \textit{Resp.}$$

PROBLEMA

El péndulo balístico es un dispositivo que hace posible determinar la velocidad de un proyectil cuando éste se dispara sobre un bloque colgado como un péndulo simple. Una bala de 20 g masa se dispara sobre un bloque de 500 g colgado de una cuerda de 100 cm; debido al impacto, el bloque oscila hasta formar un ángulo de 10° con la vertical. Calcular la velocidad de la bala.

SOLUCION

Diagrama.

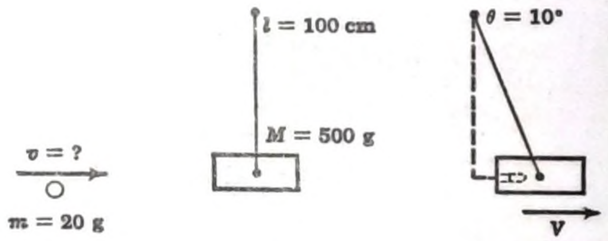


FIG. 35

Por el principio de la conservación de la cantidad de movimiento y el de la conservación de la energía:

$$mv = (M + m)V$$
$$\text{y} \quad V = \sqrt{2gh},$$
$$\text{donde} \quad h = l - l \cos \theta.$$
$$\therefore \quad v = \frac{M + m}{m} \sqrt{2gl(1 - \cos \theta)}$$

Sustituyendo valores:

$$v = \frac{500 + 20}{20} \sqrt{2(980)100(1 - 0.985)}$$
$$= 26\sqrt{1960(1.5)}$$
$$\therefore \quad v = 26\sqrt{2940} = 26(54) = 1400 \text{ cm/seg (aprox).} \quad \textit{Resp.}$$

PROBLEMAS: TRABAJO Y ENERGIA

1. Una bola de 150 g, partiendo del reposo, cae libremente desde una altura de 3 500 cm. (a) ¿Cuánta es su velocidad justamente antes de llegar al piso? (b) ¿Cuánto tarda en caer? (c) ¿Cuánto es su energía potencial cuando estaba arriba? (d) ¿Cuánto trabajo habrá que dar a la bola para llevarla desde el piso hasta su posición inicial? (e) ¿Cuánto vale la energía cinética de la bola justamente antes de llegar al piso?
2. Un carro que está detenido arriba de una loma tiene una energía potencial de 96 600 pies-lb. Si el carro pesa 3 200 lb, calcular la velocidad que adquiere el carro al llegar al pie de la loma, donde su energía potencial vale cero. La fricción puede despreciarse.
3. Un hombre de 160 lb esquía hacia abajo de una loma cuya cúspide está a 100 pies de altura. Al llegar abajo el esquiador lleva una velocidad de 60 pies/seg. La pendiente tiene 350 pies de largo. Calcular: (a) la energía potencial del hombre cuando está en la cúspide de la loma. (b) Su energía cinética al fin de la pendiente. (c) La energía gastada en vencer la fricción entre los esquís y la nieve. (d) La fuerza de fricción entre los esquís y la nieve.
4. Una bola de béisbol que pesa aproximadamente $\frac{1}{3}$ de lb, lleva una velocidad de 150 pies/seg después de ser golpeada por el bateador. (a) ¿Cuánto vale la cantidad de movimiento y (b) la energía cinética de la bola justamente después de ser golpeada? (c) La bola la recibe el jugador de la tercera base, quien mueve su mano hacia atrás 1 pie, mientras detiene la bola; ¿cuánto vale la fuerza media que ejerce sobre la bola el guante del jugador? (Se supone que la bola no perdió energía cinética). (d) ¿En qué se convierte la energía cinética de la bola cuando la detiene el jugador de la 3a. base?
5. Un muchacho que se encuentra en un puente, a 200 pies arriba de un río, arroja verticalmente hacia abajo una piedra de $\frac{1}{4}$ lb con una velocidad de 50 pies/seg. Despreciar la resistencia del aire. (a) ¿Con qué velocidad llega la piedra al agua? (b) ¿Cuánto tarda en caer? (c) Con respecto a la superficie del agua, ¿cuánto vale la energía potencial de la piedra justamente al dejar la mano del muchacho? (d) ¿Cuánto vale la energía total de la piedra en ese mismo instante?
6. Una caja de 320 lb se arrastra por un piso horizontal por medio de una cuerda que hace un ángulo de 30° con el piso. La tensión de la cuerda es de 40 lb. Calcular el trabajo consumido al arrastrar 20 pies a la caja.
7. Un hombre de 160 lb corre hacia arriba de unas escaleras de 12 pies de altura, en 6 seg. Calcular el trabajo que hizo y la potencia que desarrolló.
8. Un proyectil de 2 lb se dispara verticalmente hacia arriba a la velocidad de 600 pies/seg. (a) Calcular su energía potencial 3 seg después. (b) ¿Cuánto vale su energía cinética en el punto más alto

de su recorrido? (c) ¿Cuánto vale su energía potencial en este punto? (d) ¿Cuánto vale su energía cinética cuando regrese al punto de partida?

9. Un trozo de hielo se mueve a 8 pies/seg sobre una superficie lisa y horizontal; entonces llega a una rampa que se levanta haciendo un ángulo de 30° con la horizontal. Si la rampa es también perfectamente lisa, ¿cuánto recorrerá por ella el hielo antes de detenerse?
10. Calcular la energía necesaria para detener a un carro de 3 200 lb que lleva la velocidad de 60 mi/hr. Si el carro se detiene en 10 seg, calcular la aceleración media y la potencia desarrollada.

Máquinas. Como el trabajo es un concepto compuesto, el producto de la fuerza y el desplazamiento, es evidente que un trabajo dado puede expresarse de muchos modos: una fuerza pequeña multiplicada por un desplazamiento grande, puede representar el mismo trabajo que una fuerza grande multiplicada por un desplazamiento pequeño. Esto es:

$$fS = Fs$$

$$\therefore \quad \frac{F}{f} = \frac{S}{s};$$

esta ecuación sugiere que para una cantidad dada de trabajo, se hace posible obtener una fuerza ventajosa si se tolera una desventaja correspondiente en el desplazamiento. Una *máquina* es un aparato que multiplica la fuerza (a expensas del desplazamiento), o bien, la cambia de dirección (o ambas cosas). Debe notarse que ninguna máquina suministra más trabajo que el que recibe; en realidad, la fricción que siempre existe entre las diversas partes de la máquina en movimiento, tiene como resultado que todas las máquinas suministren menos trabajo que el que reciben. De este modo entra en consideración el concepto de eficiencia de la máquina:

$$\text{Eficiencia} = \frac{\text{Trabajo ejecutado por la máquina}}{\text{Trabajo recibido por la máquina}}.$$

Simbolizando con $\frac{F}{f}$ a la *ventaja mecánica real* (VM_R) de una máquina y con $\frac{S}{s}$ a la *ventaja mecánica teórica* (VM_T) de la máquina se tiene:

$$\text{Eficiencia} = \frac{VM_R}{VM_T}.$$

PROCEDIMIENTO PARA RESOLVER PROBLEMAS

Los problemas que incluyen máquinas tratan generalmente con una u otra de las ventajas mecánicas. La ventaja teórica puede encontrarse, por lo general, teniendo en cuenta la geometría del aparato. Por ejemplo, una polea móvil montada como en el primer diagrama de la Fig. 36, necesita que lo largo de la

FIG. 36

cuerda que se recoge en f sea el doble de la distancia a que se levanta la carga: la ventaja mecánica teórica de este arreglo es de 2. Por otra parte, si el arreglo es el del segundo diagrama de la Fig. 36, no hay sacrificio de desplazamiento y, por tanto, ninguna ganancia teórica. La ventaja mecánica teórica es simplemente 1.

En el caso de la palanca, el torno, el plano inclinado, el engrane con tornillos sinfín, etc., así como la polea, el procedimiento para resolver problemas es suponer un desplazamiento ficticio de la carga y entonces imaginarse el desplazamiento de la fuerza aplicada considerando las dimensiones, o el número de dientes del engrane, o en general la geometría. En la palanca, la ventaja teórica es la relación entre los brazos de la palanca. En el polipasto, es el número de porciones de la cuerda unido a las poleas móviles. En el plano inclinado es la relación entre su largo y la elevación. En el torno, es la relación entre el radio de la rueda grande y el radio del eje porque, evidentemente, en una revolución completa (véase la Fig. 37) el desplazamiento

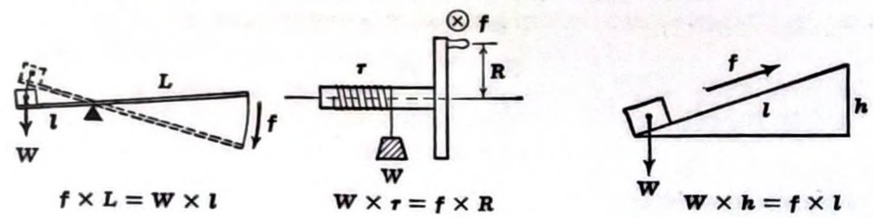


FIG. 37

de un punto de la rueda donde se aplica la fuerza es $\frac{R}{r}$ veces el desplazamiento de un punto del eje, donde actúa la carga.

PROBLEMA

Un cilindro se rueda hacia arriba de un plano inclinado por medio de una cinta dispuesta como se ve en la Fig. 38. ¿Qué fuerza mínima f hay

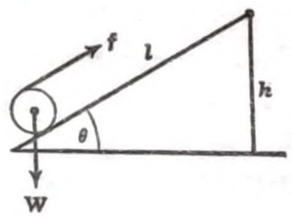


FIG. 38

que aplicar si el ángulo $\theta = 30°$? El peso del cilindro es de 2 lb y la elevación $h = 2$ pies.

SOLUCION

Este es un problema de máquinas en donde se eleva un peso W a la altura h por medio de un aparato que tiene ventaja mecánica. El aparato es esencialmente dos máquinas: un plano inclinado y una polea móvil. La ventaja teórica del plano inclinado está dada por la siguiente ecuación:

$$\frac{l}{h} = \frac{l}{l \operatorname{sen} \theta} = \frac{1}{\operatorname{sen} \theta}.$$

Sobrepuesta a esta ventaja está la ventaja teórica de la polea móvil, la cual vale 2:

$$\therefore \text{ La ventaja teórica combinada es } \frac{2}{\operatorname{sen} \theta}.$$

Así, la fuerza mínima (la fuerza necesaria si la fricción es cero o cuando la eficiencia sea la unidad) se encuentra que es:

$$f = \frac{W}{\frac{2}{\operatorname{sen} \theta}} = \frac{W}{2} \operatorname{sen} \theta.$$

Sustituyendo valores:

$$f = \tfrac{2}{2}(0.5) = \tfrac{1}{2} \text{ lb.} \quad \textit{Resp.}$$

Comentario. Esta respuesta es compatible con la conclusión de que el trabajo que la máquina recibe es igual al que entrega:

$$f(2l) = Wh$$

$$\tfrac{1}{2}(8) = 2(2)$$

$$4 = 4.$$

Todas las máquinas, cualquiera que sea su complicación, son esencialmente combinaciones de varias máquinas básicas tales como la polea, el plano inclinado, la palanca y el torno, para las cuales la ventaja mecánica teórica se encuentra fácilmente.

PROBLEMAS: MAQUINAS

1. Una polea diferencial levanta la carga de 1 ton (2 000 lb), aplicando una fuerza de 20 lb al lazo de la cadena. ¿Cuánto vale la ventaja mecánica real de esta máquina?
2. Un gato levanta a 6 plg una carga de 800 lb, cuando se aplica una fuerza de 50 lb en el extremo de una palanca de 2 pies. ¿Cuánto es la ventaja mecánica del gato?
3. Una caja fuerte, que pesa 1 ton, se carga en una plataforma a 5 pies arriba del piso, deslizándola por un tablón de 20 pies de largo. Si se gastan 200 lb para vencer la fricción, ¿cuánto vale la fuerza mínima necesaria para empujar la caja hacia arriba del tablón?
4. Usando un torno, un bloque de concreto de 400 lb se levanta al aplicar 80 lb a la manija de la rueda. Si el eje tiene un radio de 4 plg y el de la rueda es de 2 pies, (a) ¿cuánto vale la ventaja mecánica real?, (b) ¿la ventaja mecánica teórica? y (c) ¿la eficiencia?
5. Usando una rampa que se eleva 3 pies en 10 pies, un baúl de 200 lb se arrastra desde el primer piso de un edificio hasta un segundo piso a 9 pies de altura. ¿Cuánto vale la fuerza *mínima* necesaria? Suponiendo una eficiencia de 50%, ¿qué fuerza se necesitará?
6. Una barra de 6 pies la usa una persona para elevar una roca de 150 lb; el fulcro está localizado a 1 pie del extremo de la barra junto a la roca. Calcular la fuerza mínima que debe aplicarse a la barra por la persona. ¿En qué lugar debe aplicarse?
7. Un árbol se parte con una cuña cuya conicidad es de 1 plg por cada 6 plg de largo. Calcular la fuerza que el tronco recibe cuando se golpea a dicha cuña con un martillo de 50 lb.
8. Usando un polipasto se aplica una fuerza de 90 lb para levantar un piano de 400 lb. Si cada aparejo tiene dos poleas, indicar en un diagrama cómo deben estar conectadas.

Capítulo 5

MOVIMIENTO DE ROTACION

El estudio del movimiento de rotación se simplifica recalcando ciertas analogías con el de traslación; definiendo los conceptos de rotación; de tal modo que cada uno de ellos corresponda a un concepto de traslación; las relaciones matemáticas entre los conceptos de rotación se vuelven idénticas a las relaciones entre los de traslación. Es costumbre representar los conceptos de la rotación, con letras griegas.

Cinemática de la rotación. La posición en una línea (eje X), indicada por el símbolo x, corresponde al concepto de *posición angular*, medida con respecto a una dirección dada y representada por el símbolo θ. (Véase la Fig. 39).

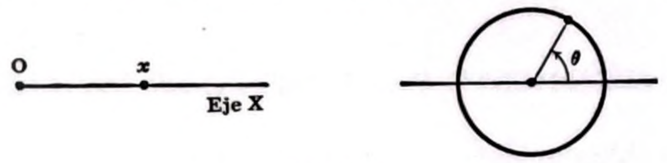


FIG. 39

El cambio en posición angular es el *desplazamiento angular* ϕ:

$$\phi = \theta_2 - \theta_1 \quad \backsimeq \quad s = x_2 - x_1$$

El símbolo $\backsimeq$ quiere decir "es análogo o corresponde a". De modo semejante la *velocidad angular* es la rapidez con que cambia el desplazamiento angular, con respecto al tiempo. La velocidad angular media $\bar{\omega}$ está dada por la siguiente ecuación:

$$\bar{\omega} = \frac{\phi}{t} \backsimeq \bar{v} = \frac{s}{t}.$$

Por otro lado, la *aceleración angular* es la rapidez con que cambia la velocidad angular, definiéndose con la siguiente relación:

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} \Rightarrow a = \frac{v - v_0}{t}.$$

Se deduce que para un movimiento angular constante o uniforme:

$$\begin{cases} \alpha = 0; \therefore \omega = \text{const.} = \bar{\omega}; \ \phi = \bar{\omega}t, \text{ justamente como:} \\ a = 0; \therefore v = \text{const.} = \bar{v}; \ s = \bar{v}t. \end{cases}$$

También, para el movimiento de rotación uniformemente acelerado:

$$\begin{cases} \alpha = \text{const.}; \ \omega = \omega_0 + \alpha t, \ \phi = \omega_0 t + \tfrac{1}{2}\alpha t^2, \ \omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\phi, \\ \quad \text{justamente como:} \\ a = \text{const.}; \ v = v_0 + at, \ s = v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2, \ v^2 = v_0^2 + 2as. \end{cases}$$

Se ve así que la cinemática de la rotación es solamente una extensión de la cinemática lineal. Aunque para el principiante el movimiento de rotación puede parecer más complicado que el de traslación, sus fórmulas, matemáticamente, son exactamente las mismas, sólo que expresadas con letras griegas en lugar de letras romanas. Lo que debe tomarse en cuenta es lo que cada concepto significa con objeto de interpretar apropiadamente el simbolismo.

PROCEDIMIENTO PARA RESOLVER PROBLEMAS

Los problemas del movimiento de rotación siguen el mismo patrón que los de traslación. El movimiento dado se clasifica primero y entonces las relaciones o fórmulas apropiadas se pueden aplicar. Aquí es oportuno hacer notar ciertas conexiones básicas entre los movimientos lineal y de rotación:

$$s = r\phi, \qquad v = r\omega, \qquad a = r\alpha.$$

La unidad de medida angular que se utiliza en Física es el *radián*. Esta es una cantidad sin dimensiones, ya que es la relación entre un arco de circunferencia y su radio. El radián es un ángulo igual a la fracción $\frac{1}{2\pi}$ de una circunferencia. La unidad de velocidad angular es el radián/seg y la unidad de la aceleración angular es el radián/seg².

PROBLEMA

Un volante girando a 1 800 r.p.m. llega al reposo en 10 min. Suponiendo que su rapidez decrece uniformemente, calcular (a) la aceleración angular y (b) el número de revoluciones que hace mientras llega al reposo.

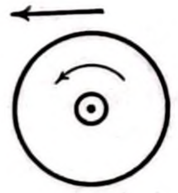


FIG. 40

SOLUCION

Diagrama.

Tener en cuenta que el movimiento es movimiento de rotación uniformemente acelerado; por consiguiente:

$$\begin{cases} \omega = \omega_0 + \alpha t, \\ \phi = \omega_0 t + \tfrac{1}{2}\alpha t^2, \\ \omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\phi. \end{cases}$$

$\omega = 1800$ R.P.M.
$t = 10$ min.
$\alpha = ?$
$\phi = ?$

Convertir los datos a unidades apropiadas:

$$\omega_0 = 1800 \text{ R.P.M.} = \tfrac{1800}{60} \text{ R.P.S.} = \tfrac{1800}{60}(2\pi) = 60\pi \text{ rad./sec.}$$

r.p.m r.p.s $= 60\pi$ rad/seg.

También $t = 10 \text{ min} = 600$ seg.

Despejando a α de la primera ecuación de la lista anterior:

$$\alpha = \frac{0 - 60\pi}{600} = \frac{-\pi}{10} \quad \text{rad/seg}^2$$ **(donde α es opuesto a la dirección del movimiento).**

Despejando a ϕ de la tercera ecuación:

$$\phi = \frac{0 - (60\pi)^2}{2(-\pi/10)} = +\frac{3600\pi^2}{\pi/5} = 18\,000\pi \text{ radianes}$$

$$= \frac{18\,000\pi}{2\pi} = 9000 \text{ rev. } \textit{Resp.}$$

PROBLEMAS: CINEMATICA DE LA ROTACION

1. Una rueda de 2 pies de radio gira con la aceleración angular constante de 3 radianes/seg². En el instante cero ($t = 0$) la velocidad angular es de 10 rev/seg. (a) ¿Cuánto vale la velocidad tangencial de un punto de la llanta cuando $t = 0$? (b) Calcular los radianes que ha descrito la rueda desde el tiempo $t = 0$ hasta el tiempo $t = 5$ seg.
2. Una rueda, que parte del reposo, adquiere una velocidad angular de 30 rad/seg con una aceleración angular uniforme de 0.6 rad/seg². Calcular el ángulo, en radianes, que ha girado la rueda.
3. Una rueda de 2 pies de radio tiene una aceleración angular igual a cero y una velocidad angular de 5 rad/seg cuando $t = 0$. (a) ¿Cuánto vale la velocidad angular cuando $t = 10$ seg? (b) ¿Cuántas revoluciones por minuto hace la rueda cuando $t = 0$? (c) ¿Cuánto vale la velocidad tangencial de un punto de la llanta cuando $t = 0$?
4. Un volante que gira a 1 600 revoluciones por minuto se desembraga de la fuente de potencia, deteniéndose entonces al cabo de 16 seg; ¿cuánto vale la desaceleración angular, y cuántas revoluciones hace el volante mientras se detiene?
5. Un rotor, inicialmente en reposo, adquiere una velocidad angular, con aceleración constante de 300 r.p.m. en 15 seg. Calcular (a) la aceleración angular, (b) la velocidad angular al cabo de 10 seg.
6. Una rueda de 2 pies de radio gira a 4 vueltas/seg. (a) ¿Cuánto vale su velocidad angular en radianes/segundo? (b) ¿Cuánto vale la velocidad tangencial de un punto de la llanta? (c) Si la rueda empieza a detenerse y llega al reposo en 30 seg, ¿cuánto vale su aceleración media?

Dinámica de la rotación. Prosiguiendo las analogías, el concepto de momento de inercia en el movimiento de rotación se corresponde al concepto de masa en el movimiento de traslación. Como el momento de una fuerza (L) corresponde a la fuerza (F), y la aceleración angular (α) corresponde a la aceleración lineal (a), se tiene que

$$F = ma \qquad \text{se convierte en} \qquad L = I\alpha,$$

donde I significa momento de inercia.

El momento de inercia depende no sólo de la masa del cuerpo, sino también de su distribución con respecto al eje de rotación.

Puesto que hay cualquier número de posibles ejes de rotación de un cuerpo, no hay tal cosa que pueda llamarse *el* momento de inercia de un cuerpo. Cuando el momento de inercia se expresa con relación a un eje pasando por el centro de masa, su símbolo es I_0; valores de I_0 para tres cuerpos comunes se dan a continuación:

Aro	$I_0 = mr^2$
Disco (eje ⊥ a sus caras)	$I_0 = \frac{mr^2}{2}$
Esfera	$I_0 = \frac{2}{5}mr^2$

Valores de I_0 para otros cuerpos homogéneos, se encuentran en tablas.

Puede demostrarse que con respecto al eje paralelo al que pase por el centro de masa, pero a la distancia h de él, el momento de inercia vale:

$$I = I_0 + mh^2$$

Las unidades apropiadas del momento de inercia son slug pie², en el sistema británico de ingeniería; en el sistema C.G.S. la unidad es el gramo cm².

Radio de giro. Debido a la naturaleza del momento de inercia, es posible, expresarlo como el producto de una masa y el cuadrado de una distancia radial. En el caso del aro la distancia radial, o distancia del eje hasta donde toda la masa puede considerarse concentrada, es el radio mismo, pero para otros cuerpos la distancia radial es la raíz cuadrada del cociente entre el momento de inercia y la masa. El radio de giro se simboliza con la letra griega (ρ). Por tanto:

$$\rho = \sqrt{\frac{I}{m}} \quad \text{de donde} \quad I = m\rho^2.$$

Energía de rotación. Un cuerpo girando contiene energía cinética debida a su movimiento. Esta energía vale:

$$E_c rot = \tfrac{1}{2}I\omega^2 \text{ ó } E_c \text{ trans} = \tfrac{1}{2}mv^2.$$

La ley de la conservación de la energía comprende tanto a la energía cinética de rotación como a la de traslación.

PROBLEMA

Un disco uniforme de 1 pie de diámetro, que pesa 8 lb, se hace girar con respecto a un eje perpendicular a sus caras. Calcular la fuerza que, aplicada tangencialmente a la llanta del disco, le produzca una aceleración angular de 2 rad/seg² y calcular la energía cinética que tiene el disco 4 seg después del reposo.

SOLUCION

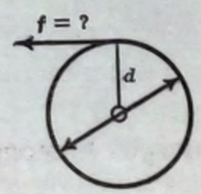


FIG. 41

Diagrama.

Reconocer este movimiento como una rotación pura, donde el momento L está dado por:

$$d = 1 \text{ pie}$$
$$m = 8 \text{ lb}$$
$$= \tfrac{8}{32} \text{ slug}$$
$$\alpha = 2 \text{ rad/seg}^2$$

$L = fr = I_0\alpha$ y también $I_0 = \frac{1}{2}mr^2$.

$$\therefore f = \frac{\frac{1}{2}mr\alpha}{r} = \frac{1}{2} \cdot \frac{8 \cdot 1 \cdot 2}{32 \cdot 2} = \frac{1}{8} \text{ lb.} \qquad \textit{Resp.}$$

Como $\alpha = 2$ rad/seg², el movimiento es un movimiento de rotación uniformemente acelerado; por tanto:

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$
$$= 0 + 2(4) = 8 \text{ rad/seg.}$$

También:

$$E_c = \tfrac{1}{2} I\omega^2$$
$$= \tfrac{1}{2}(\tfrac{1}{2}mr^2)\omega^2$$
$$= \tfrac{1}{2}(\tfrac{1}{2} \cdot \tfrac{8}{32} \cdot \tfrac{1}{4})\,(8)^2 = 1 \text{ pie-lb.} \qquad \textit{Resp.}$$

PROCEDIMIENTO PARA RESOLVER PROBLEMAS EN DINAMICA (INCLUYENDO MOVIMIENTO LINEAL Y DE ROTACION

Para estos problemas se recomienda el siguiente método, que es el mismo que se ha sugerido antes para resolver problemas de estática pero generalizado para abarcar, primero, la dinámica de la traslación y, finalmente, para abarcar también la dinámica de la rotación, ya que cualquier movimiento de un cuerpo puede descomponerse en un movimiento de traslación de su centro de masa y en un movimiento de rotación con respecto a dicho centro de masa.

1. Dibujar un diagrama, rotulando todas las magnitudes.
2. Aislar el cuerpo en cuestión.
3. Indicar todas las fuerzas que recibe el cuerpo aislado.
4. Tabular estas fuerzas separadamente en componentes x y en componentes y.
5. Poner $\Sigma F_x = ma_x$ y $\Sigma F_y = ma_y$.
6. Si sólo hay dos incógnitas, resolver el problema con las dos ecuaciones anteriores. Si hay más de dos incógnitas, establecer un eje posible de rotación.
7. Tabular (en una tercera columna de la tabla de la etapa 4) el valor de los momentos desarrollados por las fuerzas con relación al eje escogido; cada momento debe ser el producto de una fuerza multiplicada por su brazo de palanca, siendo esta última la distancia perpendicular desde el eje de rotación hasta la línea de acción de la fuerza. Poner negativos los momentos que tienden a producir la rotación igual a la de las manecillas del reloj y positivos los que tienden a producir la rotación contraria.
8. Poner $\Sigma L = I\alpha$, teniendo en cuenta que I significa el momento de inercia del cuerpo en cuestión con respecto al eje escogido; si este eje no pasa por el centro de masa, debe recordarse que:

$$I = I_0 + mh^2,$$

siendo h la distancia entre el eje que pasa por el centro de masa y el eje paralelo a él.

9. Tener en cuenta que las ecuaciones del movimiento de traslación y las de rotación pueden relacionarse por las ecuaciones siguientes:

$$a = r\alpha \quad \text{o} \quad v = r\omega.$$

10. Resolver las ecuaciones simultáneas que resulten de las etapas precedentes.
11. Reducir todos los datos al sistema de unidades utilizado para resolver el problema; entonces sustituir valores numéricos y calcular las incógnitas.
12. Si llevando a cabo todo lo anterior no se encuentran tantas ecuaciones como incógnitas, tomar otros ejes diferentes para con respecto a ellos hacer sumas de momentos; desde luego deben resultar diferentes brazos de palanca. Esta etapa puede repetirse indefinidamente.

Comentario. Aunque el procedimiento anterior puede aparecer largo e innecesariamente engorroso, siguiéndolo es muy probable que pueda llegarse al resultado, eliminándose así la frustración que adquieren algunos estudiantes cuando la conclusión la obtiene alguien que tiene intuición especial, o inclusive genio, para resolver estos problemas.

Por supuesto, muchos problemas no necesitan todo el "tratamiento". En algunos casos ciertas etapas pueden ser innecesarias, pero debe dominarse el proceso general. En aquellos problemas en donde el tiempo no se mencione explícitamente, el procedimiento puede ser reducido acudiendo al método de la energía descrito anteriormente.

PROBLEMA

Una cuerda se enrolla en un cilindro homogéneo de 6 plg de radio y de 3 lb. El extremo libre de la cuerda se amarra al techo desde donde el cilindro se deja caer (como en la Fig. 42), empezando desde el reposo. Conforme la cuerda se desenrolla, el cilindro gira. ¿Cuánto vale la aceleración lineal del centro de masa? ¿Cuánto vale la velocidad lineal y a qué velocidad gira el cilindro después de haber caído 6 pies? ¿Cuánto vale la tensión de la cuerda?

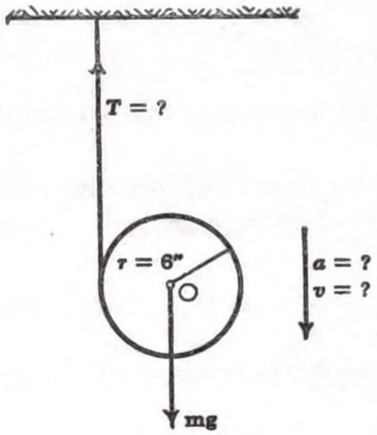


FIG. 42

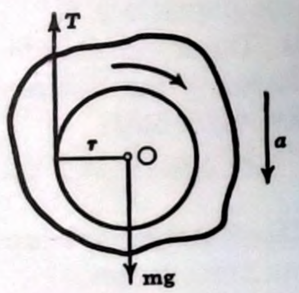


FIG. 43

SOLUCION

Diagrama.

Aislar el cilindro e indicar las fuerzas que *recibe*.

No hay necesidad de tabular las componentes x y y puesto que todas las fuerzas son verticales.

Poner $\Sigma F = ma$.

(Nótese que en estos problemas conviene tomar como positiva la dirección del movimiento.)

$$mg - T = ma \qquad \therefore \qquad a = g - \frac{T}{m}.$$

Como estas ecuaciones no dan aún información suficiente, consideremos la rotación.

Se toman momentos con relación al centro de masa 0, escribiendo:

$$\Sigma L = I\alpha.$$
$$Tr = I_0\alpha.$$

(Nótese que la rotación en el sentido de las manecillas del reloj corresponde al movimiento de caída, cuyo sentido se supone que es el positivo).

Pero: I_0 para el cilindro $= \frac{1}{2}mr^2$ (el cilindro es un disco alargado), y en este problema: $a = r\alpha$

$$\therefore \quad T = \frac{1}{2}\frac{mr^2}{r}\frac{a}{r} = \frac{ma}{2},$$

$$\therefore \quad a = \frac{-ma}{2m} + g = \frac{-a}{2} + g.$$

$$\therefore \quad 3a = 2g.$$

$$a = \tfrac{2}{3}g = \tfrac{2}{3}(32) = 21.3 \text{ pies/seg}^2 \text{ (hacia abajo).} \qquad \textit{Resp.}$$

Como $a =$ constante ($\frac{2}{3}g$), el movimiento lineal es uniformemente acelerado, por lo que:

$$v^2 = v_0^2 + 2as, \text{ donde } s \text{ es la altura } h,$$
$$= 0 + 2(\tfrac{2}{3}g)(6) = 24\tfrac{1}{3}g = 8g = 256.$$

$$\therefore \quad v = \sqrt{256} = 16 \text{ pies/seg.} \quad \textit{Resp.}$$

La velocidad angular vale:

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{16}{\frac{1}{2}} = 32 \text{ radianes/seg.} \quad \textit{Resp.}$$

Finalmente:

$$T = m(g - a) = m(g - \frac{2}{3}g) = \frac{mg}{3} = \frac{3}{3} = 1 \text{ lb.} \quad \textit{Resp.}$$

SOLUCION POR EL METODO DE LA ENERGIA

La energía potencial perdida durante la caída h, es igual a la energía cinética ganada, tanto de traslación como de rotación:

$$mgh = \tfrac{1}{2}mv^2 + \tfrac{1}{2}I_0\omega^2.$$

Pero: $I_0 = \tfrac{1}{2}mr^2$,

y: $r^2\omega^2 = v^2$.

$$\therefore \quad mgh = \tfrac{1}{2}mv^2 + \tfrac{1}{4}mv^2 = \tfrac{3}{4}mv^2.$$

$$\therefore \quad v^2 = \tfrac{4}{3}gh; \text{ por lo que: } v = \sqrt{\tfrac{4}{3}(32)(6)} = 16 \text{ pies/seg.}$$

(Que es el mismo resultado anterior.)

Por otro lado: $v^2 = v_0^2 + 2ah$.

Pero como: $v_0 = 0$ y $v^2 = \tfrac{4}{3}gh$, se tiene:

$$\therefore \quad a = \frac{v^2}{2h} = \frac{4}{6}g = \frac{2}{3}g = 21.3 \text{ pies/seg}^2 \text{ (hacia abajo).}$$

(Que es el mismo resultado anterior.)

SOLUCION POR EL METODO DEL EJE INSTANTANEO

Debe notarse que con respecto al punto donde justamente la cuerda se separa del cilindro, un punto que puede ser considerado como un eje instantáneo, el movimiento es enteramente de rotación, por lo que:

$mgr = I\alpha$, donde $I = I_0 + mr^2$.

$$mgr = \left(\frac{mr^2}{2} + mr^2\right)\frac{a}{r} = \frac{3}{2}mra.$$

$\therefore$ a = $\tfrac{2}{3}g$. (Que es la respuesta encontrada dos veces antes.)

PROBLEMAS: DINAMICA DE LA ROTACION

1. Un peso de 12 lb cuelga de una cuerda enrollada en un tambor de 2 pies de radio, giratorio alrededor de un eje fijo O. La aceleración angular del tambor es de 3 radianes/seg². (a) ¿Cuánto vale la aceleración del peso de 12 lb? (b) ¿Cuál es la tensión de la cuerda? (c) ¿Cuánto vale el par de fuerzas que recibe el tambor? (d) ¿Cuál es el momento de inercia de éste?
2. Un volante tiene un momento de inercia de 12 slug pie² y pesa 100 lb. Está acelerándose a la relación constante de 2 radianes/seg². La masa del volante se supone que está concentrada en la llanta. (a) Calcular el radio de giro. (b) Calcular el diámetro. (c) Calcular el par resultante que recibe el volante. (d) Empezando desde el reposo, calcular cuánto tiempo tarda el volante en alcanzar una velocidad de 10 rad/seg.
3. Una rueda tiene 12 cm de radio, una masa de 2 000 g y un momento de inercia de 10^5 g cm² y rueda en una superficie plana con la velocidad lineal de 15 cm/seg. Calcular: (a) Con qué velocidad lineal se mueve el eje. (b) La velocidad angular del eje. (c) La energía cinética de traslación. (d) La energía cinética de traslación con relación al eje. (e) La cantidad de movimiento lineal. (f) La cantidad de movimiento angular con relación al eje.
4. Un hombre se encuentra en una plataforma giratoria, montada en chumaceras sin fricción, que describe 6 rad/seg. La energía cinética de rotación del hombre más la plataforma vale 18 pies-lb. (a) ¿Cuánto vale el momento de inercia del hombre más la plataforma? (b) El hombre extiende sus brazos, por lo que la velocidad angular desciende a 3 rad/seg. Calcular la cantidad de movimiento angular del hombre más la plataforma en estas condiciones.
5. Un volante tiene un momento de inercia de 100 slug pie² y un radio de giro de 4 pies, estando sujeto a un momento de 8 lb pie. Calcular: (a) Su masa. (b) Su peso. (c) Su aceleración angular. (d) El tiempo necesario para que se produzca un cambio de velocidad angular de 10 rad/seg.
6. Un disco homogéneo, que tiene una masa de 2 kg y un radio de 10 cm, gira con respecto a su eje geométrico a 200 revoluciones por minuto. Calcular la fuerza constante, que aplicada tangencialmente a la llanta, detenga al disco en 40 seg
7. Un tambor cilíndrico homogéneo, pesa 15 lb y tiene un radio de giro de 6 plg. Con relación a su eje geométrico gira a la velocidad de 2 revoluciones por segundo. Calcular: (a) Su momento de inercia con respecto al eje de rotación. (b) Su radio de giro. (c) La aceleración que produce una fuerza tangencial de 1 lb aplicada a la llanta. (d) El tiempo necesario para que se detenga .(e) El número de revoluciones que hace el tambor hasta detenerse.
8. Calcular la distancia que debe recorrer un aro de 6 plg de radio que rueda hacia arriba por un plano inclinado 30°, si su velocidad lineal al pie del plano vale 5 pies/seg.
9. Una rueda de automóvil con su neumático, que pesa 60 lb, tiene un momento de inercia combinado de 3 slug pie². (a) ¿Cuánto vale su radio de giro? (b) Si se le aplica por medio de freno un par de fuerzas de 2 lb pie, ¿qué aceleración angular se produce?
10. Un aro de 2 lb y de 6 plg de radio rueda por el piso con la velocidad angular de 90 vueltas por minuto. ¿Cuánto vale su energía cinética total?

Capítulo 6

MOVIMIENTOS PERIODICOS

Después de los tipos de movimientos ya discutidos, sigue en dificultad el movimiento periódico. Este movimiento se caracteriza porque sigue un patrón cíclico de repetición. El lapso de tiempo necesario para completar un ciclo se llama *periodo* (T). La recíproca del periodo es la *frecuencia* (n):

$$n = \frac{1}{T}.$$

Movimiento armónico simple (M.A.S.). El movimiento armónico simple es el más común y el más importante de los movimientos periódicos. Lo tiene, por ejemplo, un cuerpo que sube y baja suspendido de un resorte cilíndrico vertical. El M.A.S. se caracteriza matemáticamente porque la aceleración es proporcional a la elongación o desplazamiento (x) desde la posición de equilibrio (el movimiento es rectilíneo de vaivén a un lado y otro del punto de equilibrio) y dirigido hacia él:

$$a = -cx,$$

donde c es una constante.

Para derivar las ecuaciones de la elongación, la velocidad y la aceleración (los conceptos cinemáticos comúnmente asociados con cualquier movimiento), se hace referencia a un círculo porque, lo que es bastante interesante, el movimiento circular uniforme ($a_c = v^2/r$) cuando se proyecta sobre un diámetro, da un movimiento que es igual al armónico simple. Esto quiere decir que con objeto de analizar el M.A.S. debe considerarse el llamado *círculo de referencia.* Como el movimiento armónico simple es un movimiento circular uniforme visto lateralmente, la *amplitud* (elongación máxima a partir de la posi-

ción de equilibrio) es igual al radio del círculo, como se ve en la Fig. 44.

Midiéndolo a partir de la línea vertical, ya que se considera un M.A.S. vertical, el ángulo descrito por el radio del punto P' al centro del círculo es ωt. Por tanto, la elongación x del M.A.S. es igual a $r \cos \omega t$, deducida del movimiento circular. Además, la *velocidad* de P en el M.A.S. es la proyección de $v = r\omega$, a lo largo del diámetro vertical del movimiento circular, y la aceleración de P en el M.A.S. es igual a la proyección de $a_c = \frac{v^2}{r}$ a lo largo del diámetro del movimiento circular correspondiente al punto P'.

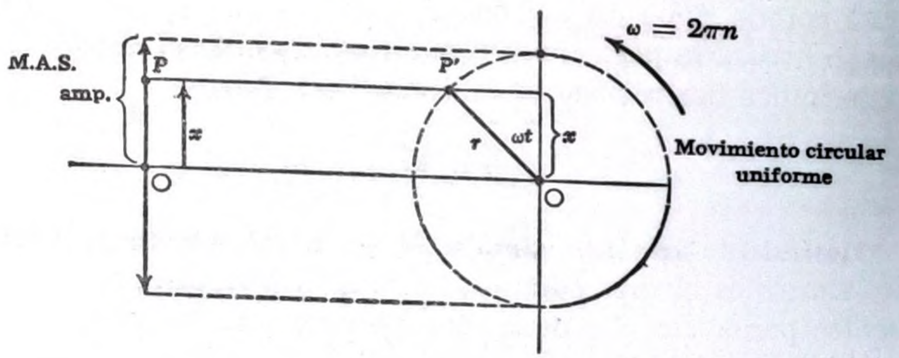


FIG. 44

Por consiguiente: $x_{\text{M.A.S.}} = r \cos \omega t.$

$$v_{\text{M.A.S.}} = -2\pi n r \text{ sen } \omega t.$$

$$a_{\text{M.A.S.}} = \frac{-v^2}{r} \cos \omega t = -4\pi^2 n^2 x = -cx,$$

siendo c una constante de proporcionalidad. Despejando a n de la última ecuación, se obtiene:

$$n = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{-\frac{a}{x}}.$$

Estas son las ecuaciones del movimiento armónico simple que sirven para resolver problemas. Incidentalmente, el signo menos significa únicamente que la velocidad y la aceleración tienen un sentido opuesto al de la elongación.

PROCEDIMIENTO PARA RESOLVER PROBLEMAS

Si, después de analizar las fuerzas que actúan en un cuerpo, la aceleración resulta ser de la forma:

$$a = -cx,$$

se trata entonces de un movimiento armónico simple, pudiendo aplicarse las ecuaciones antes mencionadas.

PROBLEMA

El extremo de una lámina de acero se sujeta en un tornillo de banco y al otro extremo se le comunica un movimiento de vaivén: este movimiento es aproximadamente, M.A.S. Si la frecuencia es de 10 vibraciones por segundo y la amplitud es de 4 mm, ¿cuál será la velocidad que lleva el extremo libre de la lámina de acero, cuando su elongación es de 2 mm?

SOLUCION

El mismo problema dice que el movimiento es M.A.S. Por tanto:

$v = 2\pi n r$ sen ωt (sin tener en cuenta la dirección).

Pero ωt es un ángulo tal que $r \cos \omega t = x$.

$$\therefore \quad \cos \omega t = \frac{x}{r} = \frac{2}{4} = 0.5.$$

$$\therefore \quad \omega t = 60° \text{ por lo que sen } \omega t = 0.866.$$

En consecuencia:

$$v = 2\pi(10)(4)(0.866)$$
$$= 69.3\pi = 218 \text{ mm/seg.} \quad \textit{Resp.}$$

Incidentalmente, la aceleración será:

$$a = -4\pi^2 n^2 x$$
$$= -4\pi^2 \cdot 10^2 \cdot 2 = 8\,000 \text{ mm/seg}^2$$
$$= 800 \text{ cm/seg}^2$$

en el punto en cuestión.

Movimiento pendular. Como el movimiento de un péndulo es aproximadamente rectilíneo (si el ángulo de oscilación se

limita a unos 5° a cada lado de la vertical), es un movimiento aproximadamente armónico simple. Puede demostrarse que:

$$T = \frac{1}{n} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

donde l representa el largo del péndulo.

En el caso del péndulo físico (es decir, no una esferita oscilando en el extremo de un hilo sin peso, sino un cuerpo físico oscilando en un pivote), el periodo está dado por la relación siguiente:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgh}} = 2\pi\sqrt{\frac{I/mh}{g}},$$

siendo I el momento de inercia con relación al eje de oscilación, y h es la distancia entre dicho eje y el centro de masa del cuerpo. La cantidad I/mh se llama la longitud del péndulo equivalente.

PROBLEMA

¿Cuánto vale la aceleración de la gravedad en un lugar donde el periodo de un péndulo simple, de 100 cm de largo, vale 2 seg?

SOLUCION

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

$$2^2 = \frac{(2\pi)^2(100)}{g} \quad \therefore \quad g = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 100}{4} = 1\,000 \text{ cm/seg}^2 \qquad \textit{Resp.}$$

Nota: el valor aceptado de la aceleración de la gravedad es de unos 980 cm/seg² en la latitud normal y al nivel del mar.

PROBLEMAS: MOVIMIENTO ARMONICO SIMPLE

1. Un peso, colgando del extremo inferior de un resorte vertical helicoidal, sube y baja con una frecuencia de 10 vibraciones/seg y una amplitud de 5 plg. Calcular (a) el tiempo que tarda el peso en verificar una oscilación. (b) La elongación cuando la velocidad es cero. (c) La dirección y sentido de la aceleración cuando el peso está en la parte más alta de su trayectoria.

2. Un cuerpo, cuya masa es de 3 000 g, tiene M.A.S. con una frecuencia de 3 vibraciones/seg y una amplitud de 6 cm. (a) ¿Cuánto vale el radio del círculo de referencia? (b) ¿Cuánto vale la máxima velocidad del cuerpo? (c) ¿En qué punto de su trayectoria se encuentra el cuerpo cuando es máxima su velocidad? (d) ¿Cuánto vale la máxima aceleración del cuerpo? (e) ¿Cuánto vale la aceleración del cuerpo cuando su elongación es de 1 cm? (f) ¿En qué punto de la trayectoria está el cuerpo cuando es mínima su aceleración? (g) ¿Cuánto vale la fuerza resultante que el cuerpo recibe cuando su elongación es de 6 cm?
3. Un cuerpo vibra con M.A.S., con una amplitud de 20 cm y una frecuencia de ½ de vibración/seg. Calcular: (a) La velocidad en los extremos de la trayectoria. (b) La velocidad máxima del cuerpo. (c) El valor de la aceleración en los extremos de la trayectoria. (d) La aceleración del cuerpo cuando está en el centro de la vibración.
4. Un cuerpo, que se mueve con M.A.S., tiene una velocidad máxima de 300 cm/seg y una amplitud de 200 cm. Calcular el periodo del movimiento.
5. Un péndulo de segundos (es decir, uno cuyo periodo es de 2 seg), tiene 100 cm de largo. Calcular la aceleración de la gravedad en el lugar donde está el péndulo.
6. Un cuerpo de 8 lb, unido a un resorte vertical helicoidal, tiene un M.A.S. con un periodo de 2 seg y la amplitud de 1 pie. Calcular la máxima energía cinética que lleva el cuerpo.
7. Un cuerpo de 200 g tiene M.A.S. con una amplitud de 3 cm, siendo su aceleración máxima de 2 cm/seg². Calcular: (a) El periodo. (b) La energía cinética cuando pasa por la posición de equilibrio. (c) La energía potencial en los extremos de la trayectoria.

Parte II

Propiedades de la Materia y Sonido

Capítulo 7

ESTATICA DE LA ELASTICIDAD Y MECANICA DE LOS FLUIDOS

En la primera parte de este libro se ha tratado con fuerzas externas actuando solamente en los llamados cuerpos rígidos y en los movimientos que estos cuerpos reciben; no se ha prestado consideración a las fuerzas internas y al comportamiento de los cuerpos deformables. El estudio de las diversas propiedades de la materia incluye la mecánica de los cuerpos deformables.

Elasticidad. Toda la materia se caracteriza por la tendencia relativa a recuperarse de las deformaciones tales como un cambio de forma, de volumen, o de ambos, como resultado de la aplicación de fuerzas. Esta propiedad por medio de la cual la materia tiende a resistirse a las deformaciones y a recuperarse de ellas, se llama *elasticidad*. Entre otras cosas, la elasticidad ofrece un medio de clasificar la materia ya sea como *sólido* o como *fluido*, dependiendo de la extensión que tenga. La materia sólida es *rígida*, significando esto que la distancia entre dos puntos cualesquiera de un cuerpo rígido permanece siempre constante. La materia es *fluida* cuando no es rígida. La distinción entre el estado sólido y el estado fluido es más o menos relativa. Los fluidos se subdividen en dos grupos, *líquidos* y *gases*, dependiendo si presentan o no una superficie libre. De este modo el estudio de la elasticidad lleva lógicamente al estudio de los fenómenos que tienen lugar en los líquidos y en los gases, así como al estudio de las características de los sólidos.

Conceptos relativos. Cuando un cuerpo se somete a la acción de las fuerzas, aparece una deformación. Se llama *deformación unitaria* a una deformación fraccionaria. Existen tres tipos de deformaciones unitarias, a saber:

1. Alargamiento o acortamiento unidimensional, que puede expresarse como $\frac{\Delta x}{x}$, una relación adimensional, ya que las unidades de Δx son las mismas que las de x. Véase la Fig. 45 (1).
2. Cambio de volumen $\frac{\Delta V}{V}$, también una relación adimensional. Véase la Fig. 45 (2).
3. Una deformación lateral o una torsión representada por el ángulo θ en la Fig. 45 (3).

Cuando un cuerpo se deforma, se desarrollan esfuerzos. El *esfuerzo* unitario se define como la fuerza de restauración, por unidad de área de sección recta, que aparece dentro del cuerpo.

Ley de Hooke. Experimentalmente se sabe que *dentro del límite elástico* el esfuerzo unitario es siempre directamente proporcional a la deformación; la constante de proporcionalidad se llama el *módulo de elasticidad.* Con referencia a los tres casos de deformaciones mencionadas, es evidente que existen tres diferentes módulos, llamados respectivamente *módulo de Young, módulo de volumen* y *coeficiente o módulo de rigidez o módulo de corte*. Sus ecuaciones son las siguientes:

Y (módulo de Young) $= \frac{F/A}{\Delta x/x}$ (lb/pie² o dinas/cm².)

B (Módulo de volumen) $= \frac{F/A}{\Delta V/V} = \frac{P}{\Delta V/V}$. (Las mismas unidades que para Y.)

n (Coef. de rigidez) $= \frac{F/A}{\theta}$. (Las mismas unidades anteriores.)

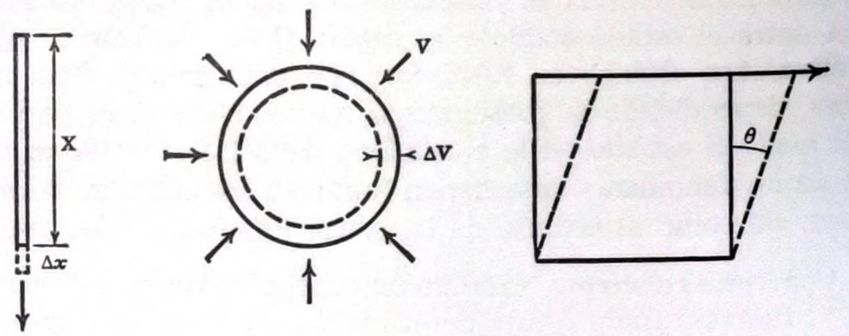


FIG. 45

Comentario. En el caso de B la fuerza es siempre perpendicular a A; en estas circunstancias a la razón F/A se le llama *presión hidrostática* (P). Sin embargo, en el caso de n la fuerza es tangencial a A y la razón F/A *no* es una presión. En todos los casos los módulos tienen unidades de fuerza entre unidad de área, ya que los denominadores de las ecuaciones de definición son adimensionales.

Finalmente, la recíproca del módulo de volumen B, se llama *coeficiente de compresibilidad* C:

$$C = \frac{1}{B}.$$

Los valores de diferentes módulos para varios materiales se encuentran en tablas.

PROCEDIMIENTO PARA RESOLVER PROBLEMAS

Los problemas en elasticidad generalmente son simples aplicaciones de las ecuaciones de definición; por tanto, difícilmente incluyen algo más que una mera sustitución de valores numéricos en dichas ecuaciones y el despejar las incógnitas. Si se conocen bien las definiciones, los problemas se reducen a ejercicios algebraicos y aritméticos donde la única probable dificultad se refiere a la conversión de unidades, si los datos no están expresados en unidades compatibles.

PROBLEMA

El módulo de Young del acero vale 19×10^{11} dinas/cm². Calcular la fuerza necesaria para estirar al 10% de su largo original, a una muestra de alambre de 1 mm².

SOLUCION

El problema evidentemente se refiere al módulo de Young, cuya ecuación de definición es:

$$Y = \frac{F/A}{\Delta x/x}.$$

En este caso $\frac{\Delta x}{x} = \frac{1}{10}$ y $Y = 19 \times 10^{11}$ dinas/cm²; además $A = 1$ mm² $= 0.01$ cm².

Despejando a F: $F = YA\frac{\Delta x}{x}$

$$F = 19 \times 10^{11} \times 10^{-2} \times 10^{-1} = 19 \times 10^{8} \text{ dinas.} \quad \textit{Resp.}$$

PROBLEMA

Una masa de 10 kg reposando sobre una mesa, se amarra a un alambre de acero de 5 m de largo que cuelga de un gancho del techo, a 3 m arriba de la masa. Si se quita el soporte, el alambre se alarga momentáneamente y la masa comienza a oscilar de arriba hacia abajo. Calcular la frecuencia de la oscilación si el área de la sección recta del alambre es de 1 mm² y el valor del módulo de Young es de 19×10^{11} dinas/cm².

SOLUCION

Este problema combina el concepto de módulo de Young con un movimiento que se conjetura es, aproximadamente, movimiento armónico simple.

$$Y = \frac{F/A}{\Delta x/x}. \quad \therefore \quad F = Y\frac{\Delta x}{x}A.$$

Pero $F = ma$ (segunda ley de Newton, donde a = aceleración).

$$\therefore \quad a = \frac{F}{m} = \left(\frac{Y}{m}\frac{A}{x}\right)\Delta x$$

por lo que a es directamente proporcional a Δx y el movimiento será M.A.S. Pero para este movimiento:

$$a = -4\pi^2 n^2 \Delta x$$

$$\therefore \quad 4\pi^2 n^2 \cancel{\Delta x} = \frac{Y}{m}\frac{A}{x}\cancel{\Delta x},$$

(despreciando el signo negativo). Despejando a n se tiene:

$$n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{YA}{mx}}$$

Sustituyendo valores:

$$n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{19 \times 10^{11} \times 0.01}{10\,000 \times 500}} = 10 \text{ vib/seg (aprox).} \quad \textit{Resp.}$$

PROBLEMAS: ELASTICIDAD

1. Un alambre se estira elásticamente por medio de una fuerza F, de tal modo que su longitud aumenta 0.2 plg. La longitud del alambre es de 20 pies, con una sección recta de 0.04 plg²; el módulo de Young es 5×10^7 lb/plg². Calcular (a) el esfuerzo unitario y (b) la deformación unitaria.
2. Un alambre se estira elásticamente por medio de una fuerza F, de tal modo que aumenta 0.2 plg de largo. La longitud del alambre es de 10 pies, con una sección recta de 0.03 plg². El módulo de Young vale 3×10^7 lb/plg². (a) Calcular el esfuerzo unitario y (b) la fuerza F.
3. Suponiendo que el módulo de Young para el acero vale 19×10^{11} dinas/cm², calcular cuánto se estira un alambre de acero de 400 cm de largo y de 2 mm² de sección recta, cuando se le aplica una fuerza de 6 kg.
4. El módulo de volumen del latón es de 8.5 lb/plg². Calcular la presión necesaria para comprimir una pequeña esfera de latón, de tal modo que su volumen se reduzca en una parte por 100 partes.
5. Un cubo de caucho de 3.0 cm por lado recibe dos fuerzas paralelas y de sentido contrario de 300 000 dinas cada una, aplicadas tangencialmente a dos caras opuestas. Si la deformación lateral es de 0.10, ¿cuánto vale su módulo de rigidez?

Conceptos aplicables a la materia en conjunto. Al estudiar las propiedades de la materia es necesario diferenciar un cuerpo dado de la materia en general. Se puede hablar de la masa, o aun del peso, de un cuerpo particular, pero si se intenta desarrollar la idea de que, inherentemente, una sustancia como el plomo es más "masiva" que una sustancia como el aluminio, el concepto de masa es inadecuado.

Densidad: Se define como la masa de la unidad de volumen:

$$d = \frac{m}{V}.$$

En unidades C.G.S. se expresa en gramos/centímetro cúbico. En unidades inglesas parece natural expresar la densidad en libras/pie cúbico, hasta que se recuerda que la libra es una unidad de fuerza o de peso y no de masa. Por tanto, siempre que se usen

unidades inglesas, la densidad debe expresarse en slug/pie³. El estudiante no debe confundirse y debe considerar cuidadosamente las unidades que se sustituyen en los problemas. El deseo natural en el trabajo práctico de referirse al peso por unidad de volumen, lleva a un segundo concepto llamado *peso específico*:

$$p = \frac{W}{V}.$$

Esta cantidad no debe confundirse con la densidad en los problemas.

Densidad relativa. Es a menudo conveniente comparar la densidad de una sustancia con la de una sustancia patrón, generalmente el agua. Así la *densidad relativa* de una sustancia es el cociente entre su densidad y la del agua; evidentemente es una cantidad adimensional:

$$S_g = \frac{d_s}{d_a}$$

Aquí aparece la ventaja de usar unidades C.G.S. Como la densidad del agua es prácticamente de 1 g/cc, el valor numérico de la densidad de la sustancia en unidades C.G.S. es el mismo que el de su peso específico. Esto no es verdad en unidades inglesas de ingeniería, debido a que 1 pie³ de agua pesa 62.4 lb, por lo que en su densidad será 62.4/32.2 = 1.94 slugs/pie³. (Aunque g se ha redondeado a 32, aquí debe usarse su valor más preciso de 32.2.)

Para la resolución de problemas hay que tener en cuenta que el peso de un cuerpo se expresa del modo siguiente:

$$W = mg = dVg = S_g d_a V g \text{ (lb o dinas)}.$$

Conceptos y principios aplicables a los fluidos en reposo. Los fluidos incluyen líquidos y gases, siendo los primeros más o menos incompresibles (con densidad constante), mientras que los últimos son bastante compresibles; por consiguiente, es muy importante el concepto de presión en los fluidos.

A la profundidad h, bajo la superficie de un líquido de densidad unitaria, existe una presión *debida al peso del líquido*. Esta presión se expresa del modo siguiente:

$$p = hdg.$$

La verdadera presión en un punto dentro del líquido debe tomar en cuenta también la presión p_o en la superficie, la que puede ser la presión atmosférica:

$$p = hdg + p_o.$$

Presión atmosférica. Debido a que la atmósfera es un fluido, existe una presión atmosférica en su base, es decir, en la superficie de la Tierra. Su valor normal es aproximadamente de 14.7 lb/plg² (2 120 lb/pie² o 1 010 000 dinas/cm²). Esta presión corresponde a la que existe en la base de una columna de agua de 34 pies de altura, o en la de una columna de mercurio (de densidad igual a 13.6 g/cm³) de 76 cm de altura. El barómetro de mercurio es un tubo vertical de vidrio cuyo extremo inferior está sumergido en una cuba de mercurio expuesta a la atmósfera y cuyo extremo superior, cerrado, contiene un espacio donde se ha quitado todo el aire para formar un vacío.

Principio de Pascal. Si se aplica una presión a un fluido incompresible (un líquido), la presión se transmite, sin disminución, a través de todo el fluido. Esto significa, en el caso de un líquido colocado en vasos comunicantes, que una fuerza aplicada a la superficie del líquido donde el área de la sección recta es pequeña, debe multiplicarse en algún otro lugar (al mismo nivel que el primero) donde el área de la sección recta sea mayor. Esto se ilustra en la Fig. 46.

La multiplicación de una fuerza por la igual transmisibilidad de la presión a través de un líquido, en proporción directa a la relación de las áreas, se llama el *principio de Pascal*. Este principio explica el funcionamiento de la prensa hidráulica, de los frenos hidráulicos y de otros dispositivos semejantes en los que pequeñas fuerzas pueden vencer a grandes fuerzas.

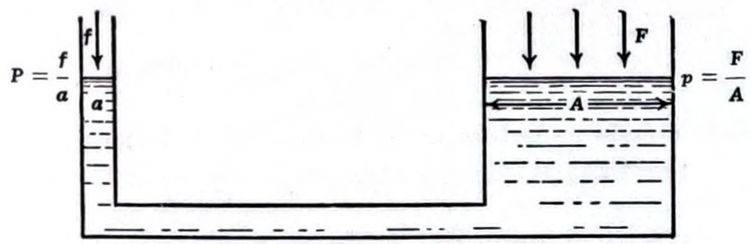


FIG. 46

PROBLEMA

En un tubo, en donde la presión del agua vale 80 lb/plg², existe una abertura cuya área vale 0.01 plg². Calcular la fuerza necesaria con que debe aplicarse un tapón que detenga la salida del agua.

SOLUCION

Este problema, como se puede ver rápidamente, es una sencilla aplicación de la definición de presión hidrostática:

$$p = \frac{f}{a},$$

$$\therefore \qquad f = pa.$$

Sustituyendo valores: $f = 80 \times 0.01 = 0.8$ lb. *Resp.*

Comentario. Aunque este problema parece trivial, el método de resolución es importante; siempre hay que empezar con las ecuaciones de definición de cualquiera de los conceptos involucrados. Debe notarse que no se trata de aprender una fórmula (como $f = pa$), sino más bien de servirse de la ecuación para deducir de ella la información deseada. En este caso la situación es tan evidente que ni ha sido necesario reducir las unidades, aunque tal procedimiento se recomienda generalmente en obsequio de la claridad.

PROBLEMA

Un tanque de aceite, cuya densidad relativa es de 0.5, se encuentra lleno hasta 4 pies de altura. En el fondo una placa circular de 2 plg de diámetro tapa un agujero. Calcular la fuerza que el líquido ejerce sobre dicha placa.

SOLUCION

Por definición, la presión en el fondo del tanque es:

$$p = \frac{f}{a} \qquad \therefore \qquad f = pa.$$

Pero la presión en la base de un líquido está dada por:

$$p = hdg + p_0$$

La presión debida al líquido sólo es:

$$p - p_0 = hdg.$$

Por tanto, $f = hdga.$

Sustituyendo valores, después de reducir a unidades básicas, y teniendo en cuenta que la densidad relativa $s = \frac{d}{d_a}$, donde $d_a = 62.4/32$ slugs/pie³, se tiene:

$$f = (4)(0.5)\left(\frac{62.4}{32}\right)(32)(\pi)\left(\frac{1}{12}\right)^2$$

$$= 2.72 \text{ lb.} \qquad \textit{Resp.}$$

PROBLEMA

Una cisterna rectangular de 6 × 8 pies se llena con 2 pies de profundidad de agua y después con una capa de 3 pies de aceite. La densidad relativa del aceite es 0.6. Calcular la presión absoluta en el fondo de la cisterna y la fuerza total que recibe.

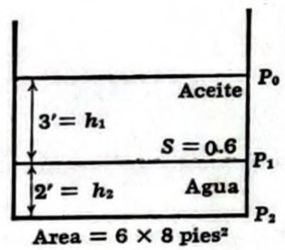


FIG. 47

SOLUCION

Dibujar el diagrama y tener en cuenta que el problema se refiere a la presión en la base de una columna de líquido, sobre la que existe una segunda columna.

$$\therefore \quad p_2 = h_2 d_a g + p_1 + p_0 = h_2 d_a g + h_1 d_0 g + p_0$$

donde p_0 es la presión atmosférica y d_0 es la densidad del aceite.

Sustituyendo valores y teniendo en cuenta que $d_a = 62.4/32$ slug/pie³, se tiene:

$$d_0 = s_0 d_a = (0.6)\left(\frac{62.4}{32}\right), \text{ y } p_0 = 14.7 \text{ lb/plg}^2 = (14.7)(144) \text{ lb/pie}^2.$$

$$\therefore$$

$$p_2 = (2)\left(\frac{62.4}{32}\right)(32) + 3(0.6)\left(\frac{62.4}{32}\right)32 + 14.7(144)$$

$$= 124.8 + 112.3 + 2\,120 = 237.1 + 2\,120$$

$$= 2\,357 \text{ lb/pie}^2 = 16.4 \text{ lb/plg}^2. \qquad \textit{Resp.}$$

La fuerza total que recibe el fondo se debe tanto a los líquidos como a la atmósfera; por consiguiente:

$$f = p_2 A = (2\,357)(6 \times 8) = 113\,000 \text{ lb}. \qquad \textit{Resp.}$$

PROBLEMA

Una prensa hidráulica, llena de aceite, tiene dos cilindros, uno de 3 y el otro de ½ plg de diámetro; cada cilindro está provisto de un pistón sin fricción que no deja escapar el aceite. Con objeto de que el pistón mayor pueda soportar una fuerza de 12 000 lb, ¿a qué presión debe estar el aceite? ¿Qué fuerza debe aplicarse al pistón menor? Si esta fuerza se aplica por medio de una palanca de 15 plg de largo cuyo fulcro se encuentra a 1 plg del pistón, ¿qué fuerza habrá que aplicar en el extremo del brazo de palanca?

SOLUCION

Este problema es una apropiada aplicación del principio de Pascal.

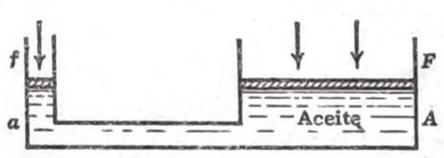


FIG. 48

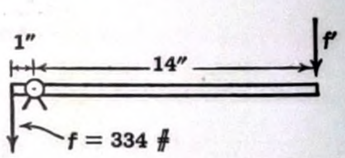


FIG. 49

$$p = \frac{f}{a} = \frac{F}{A} = \frac{12\,000}{\pi(1.5)^2} = \frac{12\,000}{7.06} = 1\,700 \text{ lb/plg}^2. \qquad \textit{Resp.}$$

También:

$$f = \frac{Fa}{A} = \frac{12\,000\pi(0.25)^2}{\pi(1.5)^2}$$

$$= 12\,000\left(\frac{0.0625}{2.25}\right) = 12\,000(0.0278)$$

$$= 334 \text{ lb}. \qquad \textit{Resp.}$$

Recordando la ecuación de la palanca: (Fig. 37)

$$f'(14) = 334(1) \quad \therefore \quad f' = \frac{334}{14} = 23.9 \text{ lb}. \qquad \textit{Resp.}$$

PROBLEMAS: MATERIA Y FLUIDOS (DENSIDAD, PRESION)

1. Encontrar la altura que debe subir un líquido en un barómetro si la presión atmosférica vale 10^6 dinas/cm² y si la densidad del líquido es 6.0 g/cm³.
2. En una prensa hidráulica el área del pistón menor es de 3 plg² y el del mayor es de 100 plg². La fuerza que recibe el pistón menor es de 100 lb. (a) ¿Qué fuerza ejerce el pistón mayor? (b) ¿Qué presión recibe el pistón menor? (c) Si la presión aumenta 10 lb/plg² en el pistón menor, ¿cuánto debe aumentar la presión en el pistón mayor?
3. Los dos pistones de una prensa hidráulica tienen, respectivamente, 2 y 10 plg². El pistón menor recibe una presión de 40 lb/plg². (a) ¿Cuánto vale la presión en el pistón mayor? (b) ¿Cuánto vale la fuerza que ejerce el pistón mayor? (c) ¿Cuál es la ventaja mecánica de este aparato?
4. Calcular la fuerza total en libras, que se ejerce en la base de un tanque cilíndrico de 40 pies de altura, 10 pies² de sección recta y lleno de aceite cuya densidad relativa es 0.8. No tomar en cuenta la presión atmosférica.
5. Calcular la presión que ejerce la glicerina en el fondo de un tanque cuadrado de 3 pies por lado si la glicerina tiene una profundidad de 6 pies. Densidad de la glicerina, 2.5 slug/pie³.
6. Calcular la fuerza que recibe el vidrio de un tubo al vacío de televisión, si su superficie es de 626 plg². La presión atmosférica es la normal.
7. La cortina de una presa, de 150 pies de largo y 12 pies de ancho está inclinada 60° con relación a la horizontal. Calcular la fuerza que recibe del agua si ésta llega justamente hasta el borde.
8. Un buzo se encuentra a 200 pies de profundidad en agua de mar cuya densidad relativa es de 1.03. Calcular la presión a que está sometido en libras por pulgada cuadrada.
9. Una botella cilíndrica de vidrio de 10 plg de altura y con una área de la sección recta de 50 plg², tiene un cuello estrecho de 1 plg² de sección recta. La botella se llena hasta rebosar con agua, de tal modo que un tapón de hule, al colocarlo en la boca de la botella, tiene que ser forzado. Calcular la fuerza que recibe la botella si se golpea el tapón con un martillo que ejerce una fuerza de 5 lb.
10. Un barco, debido a una colisión, tiene un desgarrón bajo la línea de flotación a la profundidad media de 20 pies, siendo su área de 15 pies². Calcular la fuerza que debe vencerse para colocar un parche sobre el desgarrón.

Principio de Arquímedes de la flotación. Cuando un cuerpo se sumerge en un fluido, las fuerzas debidas a la presión que recibe toda la superficie del cuerpo no se equilibran porque las fuerzas que reciben las superficies inferiores son mayores que

las que reciben las superiores, como consecuencia de la diferencia de presión debida al nivel del fluido. Esta diferencia entre las fuerzas constituye una fuerza de empuje, o de flotación, que es igual al peso del fluido desalojado: éste es el *Principio de Arquímedes*. Evidentemente, si la densidad del líquido es menor que la del cuerpo sumergido, éste se hunde hasta el fondo del depósito, quedando completamente sumergido si hay líquido suficiente. Por otro lado, si la densidad del líquido es mayor que la del cuerpo, éste se hundirá hasta una profundidad tal que el peso del líquido desalojado sea igual al peso del cuerpo, es decir, el cuerpo debe flotar quedando sólo parcialmente sumergido.

PROCEDIMIENTO PARA RESOLVER PROBLEMAS

Cuando se trate con problemas de flotación se recomienda que se dibuje un diagrama, que se aísle el cuerpo en cuestión y que se consideren las fuerzas verticales que recibe. Si el cuerpo está en equilibrio, todas las fuerzas con sentido hacia arriba (incluyendo la fuerza de empuje B) deben equilibrarse con todas las fuerzas cuyo sentido sea hacia abajo (incluyendo el peso W).

Recordando que el peso de un cuerpo puede expresarse del modo siguiente:

$$W_c = m_c g = V_c d_c g$$

que la fuerza de empuje de un cuerpo completamente sumergido vale:

$$B = W_l = m_l g = V_l d_l g = V_c d_l g,$$

y también que:

$$s_c = \frac{d_c}{d_a} = \frac{m_c/V_c}{m_a/V_a}$$

donde los subíndices c, l y a se refieren al cuerpo, al líquido y al agua respectivamente. Por otro lado, la fuerza de empuje que recibe del líquido un cuerpo parcialmente sumergido se expresa del modo siguiente:

$$B = W_l = m_l g = V_l d_l g = W_c = m_c g = V_c d_c g.$$

PROBLEMA

Encontrar la pérdida aparente de peso de un cubo de acero de 2 plg de arista, sumergido en agua. La densidad relativa del acero vale 6.0.

SOLUCION

La pérdida aparente de peso es justamente la fuerza de empuje, que es igual al peso del agua desplazada; por tanto, solamente se necesita calcular el peso de un cubo de agua de 2 plg de arista.

$$W = Vdg = \left(\frac{2}{12}\right)\left(\frac{2}{12}\right)\left(\frac{2}{12}\right)\left(\frac{62.4}{32}\right)(32) = 0.29 \text{ lb (aprox.)}. \quad \textit{Resp.}$$

PROBLEMA

Calcular cuántos pies cúbicos debe tener un salvavidas, cuya densidad relativa es de 0.3, cuando lo tiene puesto un muchacho que pesa 125 lb y cuya densidad relativa es de 0.9, para que justamente quede $^8/_{10}$ partes del muchacho sumergidas en agua dulce, que pesa 62.4 lb por cada pie cúbico.

FIG. 50

SOLUCION

En este problema el muchacho m está sumergido $^8/_{10}$ mientras que el salvavidas s debe quedar completamente sumergido para obtener la flotación máxima.

El peso del muchacho W_m y el peso del salvavidas W_s, actuando hacia abajo, quedan equilibrados por las fuerzas de empuje que reciben tanto el salvavidas (B_s), como el muchacho (B_m).

$$B_m + B_s = W_m + W_s$$

Pero $B_m = {}^8/_{10} V_m d_a g$ y $W_m = V_m d_m g = 125$ lb

$B_s = V_s d_a g$ y $W_s = V_s d_s g$

También: $V_m = \dfrac{W_m}{g d_m}$ y $d_m = S_m d_a$ y $d_a = \dfrac{62.4}{g}$,

donde todos los símbolos anteriores son fáciles de comprender.

En consecuencia:

$$\tfrac{8}{10}V_m d_a g + V_s d_a g = W_m + V_s d_s g.$$

$$\frac{8}{10}\,\frac{125}{g\,d_m}\,d_a g + V_s d_a g = 125 + V_s\,\frac{3}{10}\,d_a g.$$

$$V_s = \frac{\frac{8}{10}(125)\frac{d_a}{d_m} - 125}{\frac{3}{10}d_a g - d_a g} = \frac{\frac{8}{10}(125)\frac{\not{d}_{\not{a}}}{S_m \not{d}_{\not{a}}} - 125}{-\frac{7}{10}d_a g} = \frac{\frac{8}{10}\left(\frac{125}{9/10}\right) - 125}{-\frac{7}{10}\,\frac{62.4}{g}\,g}$$

$$= \frac{125 - \tfrac{8}{9}(125)}{\tfrac{7}{10}(62.4)} = \frac{\tfrac{1}{9}(125)}{\tfrac{7}{10}(62.4)} = \frac{13.9}{43.7} = 0.32 \text{ pies}^3. \qquad \textit{Resp.}$$

Comentario. Aunque el problema puede resolverse siguiendo caminos más cortos, la solución propuesta representa una solución lógica. Unicamente los detalles aritméticos y algebraicos parecen involucrados, aunque en realidad los diversos pasos se siguen uno después de otro y toda posible confusión en el razonamiento se elimina. El estudiante siempre puede estar seguro de la resolución del problema; no hay razón para sorprenderse si ha recordado correctamente y aplicado alguna fórmula artificiosa. Por otro lado el estudiante debe comprender las ecuaciones de definición de todos los conceptos involucrados en el problema.

PROBLEMAS: PRINCIPIO DE ARQUIMEDES

1. Un barco cargado desplaza 3 000 ton de agua dulce. ¿Cuál será el peso que desplace de agua salada? (Densidad relativa del agua salada 1.03; 1 pie³ de agua dulce pesa 62.4 lb.)
2. Un tronco de árbol desplaza, al flotar, 10 pies³ de agua dulce. ¿Cuánto pesa el tronco? (1 pie³ de agua pesa 62.4 lb.)
3. Una roca sumergida desplaza 10 pies³ de agua. ¿Cuánto vale la fuerza de empuje del agua sobre la roca? (1 pie³ de agua pesa 62.4 lb.)
4. ¿Qué volumen ocupan 10 000 g de plata, cuya densidad relativa es de 10.0?
5. Un cuerpo metálico pesa 2.0 lb en el aire y cuando se suspende en aceite, (densidad relativa 0.8) su peso aparente es de 1.6 lb. (a) ¿Cuánto pesa el aceite desplazado? (b) Si se pesa el objeto sumergido en agua, ¿cuánto vale el peso aparente del objeto en el agua?
6. Un bloque metálico homogéneo, densidad relativa 5.0, flota parcialmente sumergido en mercurio, densidad relativa 13.6. ¿Qué fracción del bloque se encuentra sumergida?
7. Una balsa de madera de 6 pies × 4 × ½ pie, tiene una densidad relativa de 0.75. Calcular la carga que puede llevar para que la balsa quede justamente sumergida en agua dulce.
8. Con una balanza analítica se encuentra que se necesitan 450 g para equilibrar un cuerpo en el aire. Cuando el mismo cuerpo se sumerge en agua se necesitan sólo 400 g, y cuando se sumerge en un líquido desconocido, 415 g. ¿Cuánto vale la densidad relativa de este líquido?
9. Calcular el volumen mínimo de hielo (densidad relativa 0.9) que soporte, cuando flote en agua dulce, a un joven de 120 lb.
10. Un cierto salvavidas se fabrica de un material cuya densidad relativa es 0.20. La densidad relativa de una persona es de 1.05, pesa 150 lb y se desea que $\frac{1}{10}$ de su volumen quede encima del agua. ¿Qué volumen debe tener el salvavidas?

Presión de un gas y Ley de Boyle. Como ya se dijo, los gases también son fluidos como los líquidos, por lo que también se les aplican las leyes vistas anteriormente. Sin embargo, como los gases son muy compresibles, exhiben ciertas propiedades que no tienen los líquidos. Es un fenómeno experimental que si se comprime una masa determinada de gas, a temperatura constante, el producto de la presión y del volumen permanece prácticamente constante: en esto consiste la ley de Boyle, cuya ecuación es:

$$pV = \text{Constante}, \quad \text{o} \quad \frac{p_1}{p_2} = \frac{V_2}{V_1}.$$

El gas ideal. Se ha observado además que, aunque la ley se aplica muy aproximadamente a los gases con estructura química sencilla, como el hidrógeno y el helio, no se aplica tan exactamente a los gases cuya estructura química es complicada. En realidad se aplica aproximadamente para todos los gases pero exactamente en ningún gas conocido. Este fenómeno sugiere el concepto de "gas ideal", una sustancia ficticia a la que la ley de Boyle se le aplica con toda precisión. De la ley de Boyle se ha obtenido mucha de la información descubierta con respecto a la naturaleza de la estructura de la materia, al correlacionar las relativamente pequeñas discrepancias que tiene el comportamiento de varios gases con la ley de Boyle, conforme aumenta su complejidad de acuerdo con su posición en la tabla periódica de los elementos.

PROCEDIMIENTO PARA RESOLVER PROBLEMAS

Aquí como en muchas otras regiones de la física, el resolver un problema apenas si incluye un poco más que el reconocer que sea una aplicación de la ley de Boyle. Si el problema estipula que la temperatura permanece constante mientras que la presión absoluta o el volumen del gas cambian, entonces se sugiere aplicar la ley de Boyle. Puede ser sin embargo, que la presión no se dé directamente en el problema, sino que tenga que calcularse a partir de otros datos suministrados.

PROBLEMA

En el fondo de un tanque de 34 pies de profundidad se encuentra un cilindro de aire comprimido de donde escapan burbujas de aire, las cuales se expansionan al elevarse hasta la superficie del agua. Calcular cuánto aumentan de volumen, suponiendo que su temperatura no cambia.

SOLUCION

Teniendo en cuenta que en este problema se aplica la ley de Boyle, se deduce que:

$$\frac{V_f}{V_s} = \frac{p_s}{p_f}$$

donde los subíndices f y s se refieren al fondo y a la superficie respectivamente, por lo que p_s será la presión atmosférica (1 atmósfera = 14.7 lb/plg²).

Además, la presión en la base de una columna de 34 pies de agua es de 2 atmósferas (la presión atmosférica más la presión adicional debida a la columna de agua). Por tanto, como 2 atmósferas = 29.4 lb/plg², se infiere que:

$$\frac{V_f}{V_s} = \frac{2}{1} \qquad \textit{Resp.}$$

PROBLEMAS: LEY DE BOYLE

1. Un tanque de 10 pies³ contiene aire comprimido a la presión absoluta de 100 lb/plg². ¿Cuántos pies cúbicos ocupará el aire a la presión atmosférica de 15 lb/plg²?
2. Calcular el volumen de aire, a la presión atmosférica de 15 lb/plg², que puede ser comprimido en un tanque de 50 pies³ (a la misma temperatura) si la presión manométrica del aire en el tanque es de 90 lb/plg².
3. Se obliga a que penetre agua en un tanque hermético de almacenamiento hasta que el aire que contiene el tanque ocupe ¼ de su volumen inicial. ¿Qué presión de aire deberá indicar un manómetro?
4. El volumen de un cierto neumático de automóvil, cuando está inflado, es de 4 500 plg³. Si el aire que contiene, a la presión manométrica de 30 lb/plg², se deja escapar, ¿qué volumen ocupará a la presión atmosférica?
5. Un tubo cilíndrico cerrado por un extremo se hunde verticalmente con su extremo abierto hacia abajo, hasta llegar al fondo de un lago; entonces el agua ha penetrado hasta la mitad del tubo, ¿cuánto vale la profundidad del lago?

Fluidos en movimiento. Aunque el estudio de los fluidos en reposo (Hidrostática) está dentro del alcance del principiante, debido a la sencillez relativa de las relaciones entre sus conceptos, el estudio de los fluidos en movimiento (Hidráulica) es mucho más difícil debido a que sus conceptos son más complicados. El movimiento de los fluidos generalmente es turbulento, por lo que es muy complicado y errático; pero si el estudio se limita a una situación más o menos ideal llamada de flujo no turbulento o estacionario, algunos conceptos básicos pueden ser comprendidos sin seria dificultad.

El *flujo estacionario*, llamado a veces flujo *currentilíneo*, se caracteriza porque en cualquier punto dado del fluido la velocidad permanece constante mientras transcurre el tiempo; por supuesto la velocidad puede ser diferente de un lugar a otro. Cuando el flujo es estacionario se aplica la *ley de continuidad*:

$$a_1 v_1 = a_2 v_2$$

donde a_1 y v_1 se refieren al área de la sección recta y a la velocidad en un lugar, mientras que a_2 y v_2 se refieren al área de la sección recta y a la velocidad en algún otro lugar. Si el

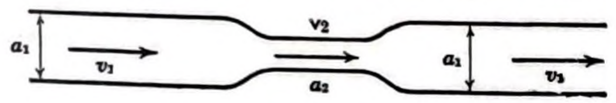


FIG. 51

tubo tiene un estrechamiento, como en la Fig. 51, se deduce que el fluido aumenta su velocidad donde se reduce el área de la sección recta y vuelve a retardarse cuando llegue al área de la sección recta original.

Principio de Bernoulli. En un estrechamiento, el aumento de velocidad implica necesariamente el aumento de la energía cinética de la unidad de volumen del fluido ($E_c = \frac{1}{2}mv^2$). Esto es posible solamente si hay una disminución de la energía asociada con la presión, por lo que la presión se reduce en los estrechamientos al aplicar el principio de la conservación de la energía. En el caso de un tubo horizontal en flujo estacionario, el principio de Bernoulli dice:

$$\frac{1}{2}dv_1^2 + p_1 = \frac{1}{2}dv_2^2 + p_2.$$

Una aplicación común de este principio se encuentra en la trompa de agua que sirve para hacer el vacío: el agua que pasa a través de un estrechamiento, origina una disminución en la presión de un tubo lateral. El principio de Bernoulli es una consecuencia de la ley de continuidad, combinada con la ley de la conservación de la energía. Véase la Fig. 52.

PROBLEMA

Un medidor de Venturi es un aparato para medir la velocidad que lleva un fluido en un tubo; el diagrama que sigue ilustra la operación de un tipo de este medidor. Si el valor de A es 10 veces mayor que el de a y se pone agua coloreada en el tubo en U, ¿cuál es la velocidad v_1 con que fluye el agua cuando la diferencia de nivel h es de 6 plg? (Véase la Fig. 53).

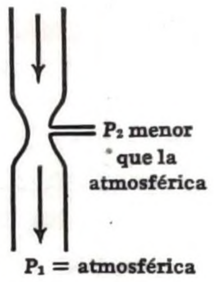


FIG. 52

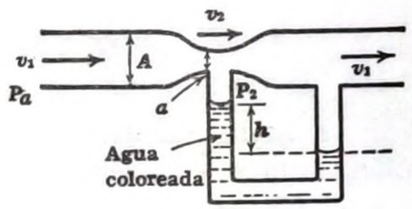


FIG. 53

SOLUCION

El funcionamiento del medidor de la Fig. 53, de acuerdo con el diagrama, se basa evidentemente en el principio de Bernoulli. La velocidad de flujo en el estrechamiento aumenta reduciéndose así la presión lo suficiente para originar la diferencia de niveles en el fluido que llena al tubo indicador. Por la ley de continuidad:

$$Av_1 = av_2 = 10av_1$$

$$v_2 = 10v_1$$

Por el principio de Bernoulli:

$$\frac{1}{2}dv_1^2 + p_1 = \frac{1}{2}dv_2^2 + p_2.$$

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}d(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2}d(100v_1^2 - v_1^2)$$

$$= \frac{1}{2}d(100v_1^2)$$

$$p_1 - p_2 = hdg.$$

$$hdg = \frac{1}{2}d(100)v_1^2.$$

$$v_1^2 = \frac{2g}{100}h = 0.64h.$$

$$v_1 = 0.8\sqrt{h}.$$

$h = 6'' = 0.5$ pie:

$$v_1 = 0.8(0.7^+) = 0.56^+ \text{ pie/seg.}$$ *Resp.*

PROBLEMAS: FLUIDOS EN MOVIMIENTO

1. Fluye agua por un tubo horizontal, estando el tubo lleno por completo. En el punto A la velocidad del agua es de 2 pies/seg y en el punto B, de 5 pies/seg. La sección recta en A es de 3 pies². (a) ¿Cuánto vale la sección recta en B? (b) ¿Cuántos pies cúbicos por segundo pasan por el punto A?
2. Un tubo *vertical* de drenaje de 40 pies de altura y con una sección recta de 3 plg², que lleva agua desde el tejado al piso, está obstruido en el extremo inferior. (a) Calcular la presión que ejerce el agua en el extremo inferior cuando el tubo esté lleno. (b) Este tubo se conecta a otro horizontal, cuya sección recta es de 2 plg². Si, finalmente, el agua rompe la obstrucción y la velocidad del agua es de 50 pies/seg en el tubo de 3 plg², ¿cuál será la velocidad en el tubo de 2 plg²? (Se supone flujo estacionario.) (c) ¿En dónde es mayor la presión?, ¿en el fondo del tubo de 3 plg² o en el tubo horizontal de 2 plg²? (d) Calcular la fuerza que ejerce el agua sobre la obstrucción en cuestión, antes de haber sido expulsada del tubo.
3. Un tubo de agua de 6 plg de diámetro contiene un corto segmento donde se estrecha hasta 3 plg de diámetro, ensanchándose despues a 6 plg de nuevo. Si el gasto que lleva el tubo es de 100 pies³/min, y si la presión en el tubo grueso se mantiene a 60 lb/plg², (a) ¿cuánto vale la presión en el estrechamiento? (b) ¿cuántas veces mayor es la velocidad del fluido en el estrechamiento, comparada con la velocidad en el resto de la tubería?

Capítulo 8

MOVIMIENTO ONDULATORIO Y SONIDO

El estudio de la elasticidad es incompleto si no se considera la propagación de deformaciones en los medios elásticos, lo que se conoce como movimiento ondulatorio. Una aplicación de los fenómenos ondulatorios se encuentra fácilmente en la rama de la Física llamada acústica. Por tanto, estos fenómenos, los conceptos ondulatorios y los fenómenos acústicos se estudian juntos.

Movimiento ondulatorio. Se reconocen varios tipos de ondas, tales como *transversales*, *longitudinales*, *torsionales*, etc., de acuerdo a si las vibraciones del medio son perpendiculares a, paralelas a, o rotacionales con respecto a la dirección de propagación. Se representan más fácilmente por un diagrama en donde el desplazamiento del medio se grafica como una función del tiempo. En el caso de la vibración más sencilla, el movimiento armónico simple tratado antes, la gráfica queda como se ve en la Fig. 54, en donde se sugiere la nomenclatura co-

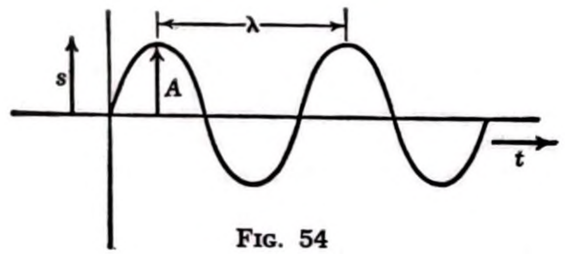


FIG. 54

rrespondiente. La *longitud de onda* λ es la distancia entre dos puntos sucesivos y correspondientes, como, por ejemplo, de cresta a cresta. La *amplitud* A es el valor máximo de la elongación, contada a partir de la posición de equilibrio. La *frecuencia* n es el número de ondas completas que pasan por un

punto dado en un segundo. El *periodo* t del movimiento ondulatorio es recíproco de la frecuencia; es decir:

$$t = \frac{1}{n}.$$

La relación básica ondulatoria la da la ecuación siguiente:

$$v = n\lambda,$$

donde v es la *velocidad* de la onda.

Las ondas pueden ser *reflejadas* en la superficie de separación de dos medios diferentes. También pueden ser *refractadas*, esto es, experimentan un cambio de velocidad cuando pasan de un medio a otro de diferentes características elásticas y de densidades diferentes. Además, las ondas pueden sobreponerse ocurriendo el fenómeno de interferencia. Si dos ondas semejantes se sobreponen de tal manera que quedan exactamente en fase entre sí, se refuerzan mutuamente; pero si las dos ondas se encuentran fuera de fase entre sí, interfieren destructivamente, es decir, se nulifican mutuamente. Si dos ondas semejantes de casi la misma frecuencia se sobreponen, se obtiene el fenómeno de los *batimentos*, que consiste en que las ondas alternativamente se refuerzan y se destruyen entre sí, con una *frecuencia de batimentos*, igual a la diferencia numérica de sus frecuencias.

Un interesante fenómeno de interferencia se observa en dos ondas iguales que se sobreponen cuando se trasladan con sentidos opuestos pero con la misma velocidad: se obtiene una *onda estacionaria*, la cual exhibe *nodos* (regiones donde no hay perturbación) y *vientres* o *antinodos* (regiones de máxima perturbación).

Este fenómeno puede demostrarse haciendo vibrar transversalmente a una cuerda fija en sus dos extremos, como en el experimento de Melde; dependiendo de la tensión de la cuerda, de su longitud, de la masa por unidad de longitud de la cuerda y de la frecuencia con que vibra, es el número de nodos y vientres que se obtienen (Fig. 55).

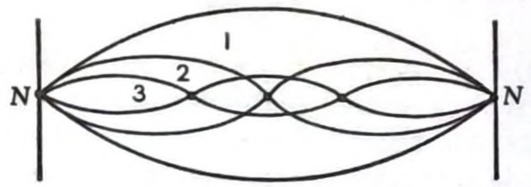


FIG. 55

La ecuación que relaciona las cantidades anteriores es:

$$n = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{N^2T}{m}}$$

donde N es el número de vientres, T es la tensión de la cuerda, l es su longitud, m es su masa por unidad de longitud y n es la frecuencia de la vibración. Si la cuerda vibra con solamente un vientre, se dice que está vibrando en su modo fundamental. Los demás modos se llaman *sobretonos armónicos*. El modo fundamental se conoce como el primero armónico. Cuando $N = 2$, se tiene el segundo armónico, etc.

Cuando una fuente de ondas se aproxima a un observador, la frecuencia del movimiento ondulatorio parece aumentar; en general, si existe movimiento relativo entre la fuente y el observador a lo largo de la línea que los une, la frecuencia observada n' obedece a la siguiente relación:

$$n' = n\,\frac{v \pm v_0}{v \mp v_f},$$

donde v es la velocidad de la onda, v_0 es la velocidad del observador, n es la frecuencia de la onda y v_f es la velocidad de la fuente. Esto constituye el *Principio de Doppler*.

PROCEDIMIENTO PARA RESOLVER PROBLEMAS

Como sucede en todos los tópicos que son más descriptivos y menos matemáticos, los problemas se limitan generalmente a una aplicación de las pocas relaciones capaces de formulación matemática, como la ecuación de la onda $v = n\lambda$, la ecuación relativa a las ondas estacionarias en las cuerdas

$$n = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{N^2T}{m}},$$ o el principio de Doppler $n' = n\,\frac{v \pm v_0}{v \mp v_f}$.

PROBLEMA

¿Cuál es la longitud de onda de una onda sonora emitida por un diapasón normal de 440 ciclos/seg?

SOLUCION

Teniendo en cuenta que la ecuación para resolver este problema es $v = n\lambda$, y suponiendo que la velocidad del sonido es de 34 000 cm/seg o aproximadamente 1 100 pies/seg:

$$\lambda = v/n = \frac{1\,100}{440} \doteq 2.5 \text{ pies} \qquad \textit{Resp.}$$

PROBLEMA

Calcular la tensión necesaria, en la cuerda del aparato de Melde, para producir una onda estacionaria de 6 segmentos (6 vientres), con una cuerda de 200 cm de largo y con una masa de 36 g, si se hace vibrar por medio de un aparato eléctrico que tiene una frecuencia de 100 ciclos/seg.

SOLUCION

Puesto que la ecuación para la onda estacionaria en el aparato de Melde es:

$$n = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{N^2T}{m}},$$

el problema se resuelve despejando a T y sustituyendo valores:

$$4n^2l^2 = \frac{N^2T}{m}.$$

$$T = \frac{4mn^2l^2}{N^2}.$$

$$m = \frac{36}{200} \qquad \therefore \quad T = \frac{4 \cdot \cancel{36} \cdot 100^2 \cdot 200}{\cancel{36}}$$

$$= 800(10\,000) = 8\,000\,000 \text{ dinas.}$$

Este es el peso de unos 8.2 kg. *Resp.*

PROBLEMAS: MOVIMIENTO ONDULATORIO

1. Una fuente en vibración envía ondas de 27 cm de longitud de onda, a la velocidad de 600 cm/seg, a lo largo de una cuerda. Calcular la frecuencia de la fuente.
2. Un oscilador de 444 vibraciones por segundo, y un diapasón de 440 vibraciones por segundo, se hacen sonar juntos. ¿Cuánto vale la frecuencia de los batimentos?
3. La frecuencia fundamental de una cuerda de piano es de 264 vibraciones/seg. ¿Cuánto es la frecuencia del cuarto armónico?

4. La velocidad de una onda longitudinal en una cierta muestra de acero, se ha encontrado que es de 40 000 cm/seg. Si la densidad de este acero es de 9 g/cm³, ¿cuánto vale el módulo de Young de esta muestra de acero?
5. Un oscilador que emite ondas con la frecuencia de 256 ciclos/seg, se mueve acercándose a un observador a la velocidad de 44 pies/seg. Si la velocidad de la onda es de 1 100 pies/seg, ¿cuál es la frecuencia que aprecia el observador?

Sonido. El sonido es un ejemplo del movimiento ondulatorio. Aunque el sonido se percibe generalmente por sus efectos auditivos, se describe más generalmente como una propagación de vibraciones mecánicas en un medio elástico.

Las fuentes sonoras incluyen cuerpos en vibración de todas clases: diapasones, silbatos, cuerdas vibrantes, diafragmas y columnas de aire. Si la frecuencia de vibración se encuentra en el ámbito de unos 20 a unos 20 000 ciclos/seg, el sonido es más o menos audible.

Las ondas sonoras recorren el aire, que es un fluido incapaz de sufrir esfuerzos de tipo cortante; por tanto, las ondas sonoras en el aire son un ejemplo de ondas longitudinales o de compresión, en contraste con las ondas transversales. La velocidad del sonido en el aire depende de la temperatura del modo siguiente:

$$v = v_0\sqrt{1 + \frac{1}{273}t},$$

donde v_0 es la velocidad del sonido en condiciones normales (0°C y 76 cm de Hg), y t es la temperatura en grados centígrados. La velocidad del sonido se mide fácilmente estableciendo una onda estacionaria, del modo que se describe a continuación, pudiendo medirse así la longitud de onda, y, puesto que la frecuencia se conoce, se tiene $v = n\lambda$.

Ondas sonoras estacionarias en tubos. Un tubo abierto por un lado y cerrado por el otro se llama tubo *cerrado*. Si está abierto en ambos extremos se llama tubo *abierto*. Una fuente sonora colocada en el extremo abierto de un tubo cerrado de largo l, debe producir ondas estacionarias en el aire del tubo, si su frecuencia y el largo del tubo son tales que pueda formarse un nodo en el extremo cerrado y un vientre en el extremo abierto. La onda estacionaria más larga (la fundamental) que puede así formarse, tiene la siguiente longitud de onda:

$\lambda_c = 4l$ (tubo cerrado).

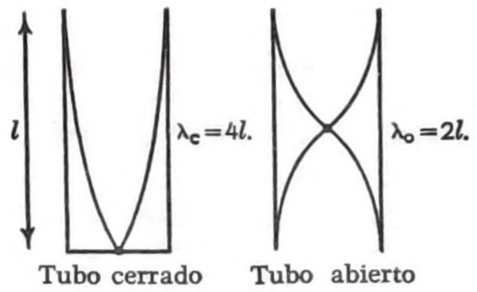


FIG. 56

En un tubo abierto existe un vientre en cada uno de sus extremos abiertos; esto significa que por lo menos debe haber un nodo entre los dos vientres, así que la más larga onda fundamental tendrá una longitud de onda de:

$$\lambda_0 = 2l.$$

Los sobretonos armónicos también pueden formarse en estos tubos siempre que se satisfagan las condiciones anteriores, a saber, que ocurran nodos en los extremos cerrados y vientres en los abiertos. Por razones de simetría, todos los armónicos pueden formarse comenzando con el fundamental (primer armónico) en los tubos abiertos, cada extremo siendo el mismo. Sin embargo, en los tubos cerrados sólo pueden formarse los armónicos de orden impar: así, el primer sobretono que se forma en el caso de un tubo cerrado es el tercer armónico.

PROBLEMA

Un sonido se refleja como un eco en un distante acantilado, tardando en oírse 4 seg. Calcular a qué distancia está el acantilado, si la velocidad del sonido en el aire es de 1 100 pies/seg.

SOLUCION

Aunque este tipo de problema se encuentra con frecuencia, es en realidad un sencillo problema de velocidad que no involucra conceptos acústicos especiales.

El sonido recorre dos veces la distancia s:

$$2s = v \times t$$

$$\therefore \quad s = \frac{v \times t}{2} = \frac{1\,100 \times 4}{2} = 2\,200 \text{ pies.} \qquad \textit{Resp.}$$

Características del sonido. Las tres características relevantes del sonido son la *intensidad, el tono* y *el timbre*.

La audibilidad depende de la intensidad de la onda sonora, la que a su vez varía como la segunda potencia de la amplitud. La relación entre la audibilidad de dos sonidos es proporcional a la relación de los logaritmos de sus intensidades. El nivel de audibilidad se expresa en *decibels* (o decibelios, en la nomenclatura castellana), que van desde 10-20 decibels para un cuarto tranquilo, hasta 100-120 decibels cerca del motor a reacción de un avión.

El *tono* es un efecto auditivo de la frecuencia; los sonidos audibles por una persona normal, están en el ámbito de 16 a 20 000 ciclos/seg, cerca del nivel superior de audibilidad.

El *timbre* depende de la presencia de los sobretonos. Las fuentes, como los diapasones, que emiten las llamadas notas puras, desprovistas de sobretonos, son notables por su falta de timbre. En la sección anterior se ha indicado que los tubos abiertos (como los tubos de órgano) pueden emitir todos los sobretonos armónicos mientras que los tubos cerrados emiten sólo aquellos cuyas frecuencias son múltiplos impares del fundamental; por consiguiente, los tubos de órgano abiertos tienen mayor timbre que los cerrados.

PROBLEMA

Cuando se suenan simultáneamente dos diapasones, se escucha un batimento de 5 ciclos/seg. Si uno de los diapasones tiene una frecuencia de 256 ciclos/seg, y si un pedazo pequeño de tela adhesiva pegada en este diapasón reduce el batimento a 3 ciclos/seg, ¿cuál es la frecuencia del otro diapasón?

SOLUCION

Aunque este problema incluya al sonido, no es más que una ilustración del fenómeno de los batimentos. Cuando dos ondas semejantes se superponen, la frecuencia del batimento es la diferencia numérica de las frecuencias de las dos ondas.

$$\therefore \quad 5 = 256 \pm n,$$

donde n representa la frecuencia desconocida.

Es aparente que n tiene dos valores posibles, 251 o 261. Sin embargo, si la frecuencia del batimento se reduce a 3 ciclos/seg cuando la frecuencia del diapasón normal se reduce al cargarlo, la frecuencia desconocida debe ser menor, más bien que mayor que 256.

$$\therefore\ n = 251. \qquad \textit{Resp.}$$

PROBLEMA

Un tren tiene un silbato cuya frecuencia fundamental es de 260 ciclos/seg. Un observador, que se encuentra en la plataforma de la estación, escucha que el tono aumenta 22 ciclos, cuando el tren se acerca. Después que el tren ha pasado, el observador escucha una frecuencia de 22 ciclos abajo de la normal. ¿Cuál es la velocidad del tren?

SOLUCION

Este problema ilustra el efecto Doppler entre un observador estacionario y una fuente que se aproxima; se aplica la ecuación:

$$n' = n\frac{v + v_0}{v - v_f},$$

donde v es la velocidad de la onda sonora, v_0 es la velocidad del observador, v_f es la de la fuente, n es la frecuencia de dicha fuente y n' es la frecuencia que escucha el observador. Se supone que $v = 1\,100$ pies/seg.

El problema informa que:

$$n' - n = 22 \text{ y } v_0 = 0;\ n = 260.$$

$$n' = \frac{nv}{v - v_f} \qquad \therefore\ n'v - n'v_f = nv.$$

$$n'v_f = (n' - n)v.$$

$$\therefore\ v_f = \frac{n' - n}{n'}v = \frac{22}{282}(1\,100) = 86 \text{ pies/seg.} \qquad \textit{Resp.}$$

PROBLEMA

Calcular las frecuencias del primero y del segundo sobretonos de un tubo cerrado de 2 pies de largo. Calcular las frecuencias del primero y del segundo sobretonos de un tubo abierto de 2.5 pies de largo; ¿existirá alguna frecuencia común de batimentos entre estos sobretonos?

SOLUCION

El primero y el segundo sobretonos de un tubo cerrado deberán ser, respectivamente, el tercero y el quinto armónico, cuyas frecuencias son 3 y 5 veces mayores que la frecuencia fundamental.

En un tubo cerrado la frecuencia fundamental es $n_f = v/\lambda = v/4l$, siendo l el largo del tubo cerrado. Por consiguiente:

$$\therefore\ n_f = \frac{1\,100}{4\ \ 2} = \frac{1\,100}{8} = 137.5.$$

$$\left.\begin{aligned} n_1 &= 3(137.5) = 412.5. \\ n_2 &= 5(137.5) = 687.5. \end{aligned}\right\} \textit{Resp.}$$

En el caso de un tubo abierto, el primero y el segundo sobretono deben corresponder al segundo y tercer armónico, es decir, a frecuencias 2 y 3 veces mayores que la frecuencia fundamental. En un tubo abierto:

$$n_f' = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{2l} = \frac{1\,100}{2{\cdot}2.5} = 220.$$

$$\left.\begin{aligned} n'_1 &= 2(220) = 440. \\ n'_2 &= 3(220) = 660. \end{aligned}\right\} \textit{Resp.}$$

La diferencia en las frecuencias para el primer sobretono es $440 - 412.5 = 27.5$.

La diferencia en las frecuencias para el segundo sobretono es $687.5 - 660 = 27.5$.

Por consiguiente, la frecuencia común de los batimentos es de 27.5 ciclos/seg. *Resp.*

PROBLEMAS: SONIDO

1. Dos sonidos se emiten a la vez, obteniéndose un batimento de 4 máximos por segundo; uno de los sonidos tiene una frecuencia de 150 vibraciones/seg; ¿cuál es un posible valor de la otra frecuencia?
2. Un tubo de órgano, de largo l, está cerrado por un extremo y abierto por el otro: (a) ¿Cuál es la longitud de onda del sonido fundamental? (b) ¿Cuál es la longitud de onda del primer sobretono?
3. Un tubo de órgano, de longitud l, está abierto en ambos extremos. (a) ¿Cuál es la longitud de onda del sonido fundamental? (b) ¿Cuál es la longitud de onda del primer sobretono?
4. Un tubo de órgano cerrado por un extremo, tiene 40 cm de largo; la velocidad del sonido en el aire es de 34 400 cm/seg. (a) ¿Cuál es la longitud de onda de la nota fundamental emitida? (b) ¿Cuál es la frecuencia de la nota fundamental? (c) ¿Cuál es la longitud de onda del segundo sobretono emitido?
5. Calcular la longitud de onda del sonido fundamental que emite un tubo cerrado de 90 cm de largo.
6. El primer sobretono de un tubo cerrado tiene la misma frecuencia que el tercer sobretono de un tubo abierto. Si el tubo cerrado tiene 3 pies de largo, ¿qué largo tiene el tubo cerrado? La velocidad del sonido = 1 100 pies/seg.
7. Un sonido es seguido por su eco a los 4 seg; ¿a qué distancia está la superficie reflectora?

8. Calcular la frecuencia del tercer sobretono de un tubo cerrado de 50 cm de largo, suponiendo que la velocidad del sonido es de 34 000 cm/seg.
9. Cuando un tren pasa frente a una estación a 80 mi/hr, una campana de señales emite una nota cuya frecuencia es de 400 ciclos/seg; (a) calcular el tono que escucha un pasajero del tren cuando éste se aproxima a la campana, (b) calcularlo también cuando el tren se aleja de la campana.
10. Dos tubos abiertos, uno de 2 pies y el otro de 2.1 pies de largo, se hacen sonar juntos. ¿Cuál es la frecuencia del batimento en la nota que se escucha?

Parte III

Calor

Capítulo 9

NATURALEZA DEL CALOR Y DE LA TEMPERATURA

Aunque en un principio se creía que el calor era una sustancia material (fluido calórico), hace ya más de cien años que el calor se considera como una forma de la energía. La temperatura, cualitativamente hablando, es una propiedad que gobierna la dirección en que fluye el calor; en cierto sentido la temperatura es una medida de la intensidad o grado de calor. El calor puede fluir por sí mismo de las regiones que estén a mayor temperatura a aquellas que estén a menor temperatura. Por consiguiente, el calor y la temperatura no deben confundirse; los procedimientos para medir el calor y los procedimientos para medir la temperatura son enteramente diferentes; los últimos se sirven de ciertas propiedades térmicas de la materia, mientras que el conocimiento de lo que es el calor necesita una apreciación de la estructura de la materia con objeto de visualizar el calor como una forma de energía.

Teoría cinética de la materia. La representación actual de la materia consiste en que está formada de moléculas, átomos, electrones, protones y neutrones. El átomo es la más pequeña unidad de un elemento químico; la molécula es la más pequeña unidad de un compuesto o sustancia química. Las moléculas se encuentran en un estado de movimiento desordenado: en el estado gaseoso este movimiento es considerablemente más libre y desordenado que en el estado líquido, y en éste más que en el estado sólido.

El desorden del movimiento sugiere el movimiento de las abejas en un enjambre, sin que exista ninguna regularidad aparente en el movimiento individual pero cuyas velocidades son capaces de tratamiento estadístico. Puesto que cada molécula en movimiento tiene masa, poseerá también energía cinética. La *energía total* así asociada con el movimiento *desordenado*

de las moléculas de la materia es lo que significa que el *calor* sea una forma de energía. En otras palabras, la adición de calor a un cuerpo incrementa la agitación térmica de sus moléculas.

Aplicando la teoría cinética puede demostrarse que la presión que ejerce un gas, como resultado del bombardeo de las paredes del depósito que lo contiene por sus moléculas, está dada por la siguiente acuación:

$$p = \frac{1}{3} nmv^2,$$

siendo n el número de moléculas por unidad de volumen; m, la masa de una molécula y v la velocidad media con que se trasladan las moléculas. Esta teoría también justifica la ley de Boyle, el número de Avogadro y explica el movimiento Browniano.

La temperatura se define como la energía cinética promedio del movimiento de traslación desordenado de las moléculas.

Comentario. Lo que se acaba de decir sobre la naturaleza del calor no es posible aplicarlo, por sí mismo, a la resolución de problemas en el nivel elemental. Se ha incluido esta información principalmente para capacitar al estudiante a que se forme una representación mental de algunos de los conceptos térmicos, con objeto de que los problemas no se vean como una mera sustitución en las fórmulas.

Termometría. Existen muchas propiedades térmicas de la materia, pero en el termómetro de mercurio se utiliza la dilatación lineal; en el termómetro de mercurio éste se dilata dentro de un tubo capilar de vidrio conectado a un bulbo también de vidrio. Dos escalas de temperatura son de uso más general, la Centígrada y la Fahrenheit; ambas están relacionadas con el punto de fusión y el de ebullición del agua. En la escala Centígrada la temperatura de fusión del agua se designa arbitrariamente como 0° y la temperatura de ebullición del agua, a la presión atmosférica normal, se designa como 100°, por lo que habrá 100 unidades de temperatura igualmente espaciadas entre estos límites. En la escala Fahrenheit estos puntos se designan, respectivamente como +32° y +212°, por lo que el tramo correspondiente estará subdividido en 180 unidades iguales. Esto significa que 180 grados Fahrenheit corresponden a 100 grados Centígrados.

PROCEDIMIENTO PARA RESOLVER PROBLEMAS

Los problemas termométricos por lo general se reducen a la conversión de temperaturas de una escala a otra, por lo que no necesitan fórmulas para resolverlos, sino que basta un conocimiento de la naturaleza de las escalas de temperatura; sabiendo que cada grado Fahrenheit es 5/9 partes (que es lo mismo que 100/180) del tamaño de cada grado Centígrado, y que 0°C, corresponden a +32°F, los problemas de conversión deben resolverse como sigue.

PROBLEMA

¿A qué temperatura de la escala centígrada corresponde la temperatura ambiente de 68°F?

SOLUCION

Debido a que 68 − 32 = 36, nótese que +68°F están a 36 grados Fahrenheit, arriba del punto de fusión del agua. Estos 36°F corresponden a $\frac{5}{9}$ (36) = 20°C arriba del punto de fusión; pero como el punto de fusión vale 0°C, esta temperatura es + 20°C. Así + 68°F = 20°C. *Resp.*

PROBLEMA

¿Qué temperatura Fahrenheit corresponde a −40° Centígrados?

SOLUCION

−40°C son 40° Centígrados abajo del punto de fusión del agua; pero 40°C = $\frac{9}{5}$ (40) = 72°F. Pero 72°F abajo del punto de fusión de 32°F, es 40°F abajo de 0°F; (72 − 32 = 40). Así −40°C = −40°F. *Resp.*

Comentario. Esta es la sola lectura de temperatura que es común a las dos escalas Centígrada y Fahrenheit.

Dilatación térmica de sólidos y líquidos. Se ha encontrado experimentalmente que al calentar a casi todos los cuerpos con forma de barras largas y delgadas, aumentan de longitud de tal manera que, sobre un tramo más o menos grande de temperaturas, el incremento fraccionario en la longitud por grado de temperatura es bastante constante; esta constante se llama el *coeficiente* de *dilatación lineal térmica.* Matemáticamente:

$l = l_0(1 + \alpha t)$ o bien $l - l_0 = l_0\alpha t$ donde l_0 es el largo a 0°C, t es la temperatura Centígrada y α, el coeficiente de dilatación lineal. Valores de α con respecto a 0°C, pueden encontrarse en las tablas de constantes físicas para todas las sustancias comunes. Debe notarse que como α es un cambio fraccionario de longitud por unidad de temperatura, su valor numérico depende de qué escala de temperatura se ha utilizado; por ejemplo, en el caso del acero:

$$\alpha = 0.000012/°C \text{ o bien } \frac{5}{9}(0.000012) = 0.0000067/°F.$$

PROBLEMA

Cuando se diseña un moderno puente de acero, evidentemente deben tomarse disposiciones para tener en cuenta la dilatación. Calcular cuánto vale ésta en un puente de 2 mi de largo, cuando está sometido a una variación de temperaturas desde —40°F hasta +110°F, suponiendo que el coeficiente de dilatación promedio es de 0.000012/°C.

SOLUCION

A partir de la ecuación de definición $\alpha = \dfrac{l - l_0}{l_0 t}$ o bien $l - l_0 = \alpha l_0 t$, es claro que la variación de temperatura debe expresarse en grados Centígrados, o bien, el coeficiente debe convertirse a grados Fahrenheit. El tramo de temperatura de −40°F a +110°F vale 150°F, o sea, $\frac{5}{9}$ (150) = 83.3°C.

$$\therefore \quad l - l_0 = (.000012)(2 \times 5280)(83.3) = 1.2 \times 10^{-5} \times 2 \times 5.280 \times 10^3 \times 8.33 \times 10 = 105.6 \times 10^{-1} = 10.56 \text{ pies. } \textit{Resp.}$$

Dilatación cúbica. La dilatación en tres dimensiones se caracteriza por la relación:

$$V = V_0(1 + \beta t),$$

donde V es el volumen a la temperatura t, V_0 es el volumen a 0°C y β es el coeficiente dc dilatación cúbica. En la práctica:

$$\beta = 3\alpha.$$

Gases. En este caso tanto el volumen como la presión cambian con la temperatura. Si la presión permanece constante:

$$V = V_0(1 + \beta t),$$

donde β vale $0.003667 = \dfrac{1}{273}$.

Si el volumen permanece constante:

$$p = p_0(1 + bt),$$

donde p es la presión a la temperatura t, p_0 es la presión a 0°C y b es el coeficiente de presión-temperatura. En los gases b tiene el mismo valor que β, es decir, aproximadamente 0.003667. Esto sugiere que a la temperatura de −273°C, el volumen y la presión que ejerce un gas desaparece, y que −273°C es el cero absoluto.

Escala absoluta de temperatura. Las consideraciones anteriores sugieren una escala absoluta de temperaturas en donde el punto de fusión del agua vale +273° A y el punto de ebullición del agua vale +273° A. (A, se refiere a la temperatura absoluta, que, por lo general, se representa con la mayúscula T. La temperatura absoluta también se designa como grado K, en honor de Lord Kelvin.)

Por tanto: $T_C = t_C + 273,$
$T_F = t_F + 460;$

los subíndices se refieren a Centígrados y Fahrenheit, respectivamente.

Aunque el cero absoluto nunca se ha alcanzado en el laboratorio, se ha llegado a unos pocos milésimos de grado absoluto; temperaturas inferiores al grado absoluto son inconcebibles.

Ley general de los gases. Combinando las relaciones entre la temperatura y el volumen, entre la presión y la temperatura y entre la presión y el volumen (Ley de Boyle), se obtiene la ley general de los gases, cuya forma es:

$$\frac{p_1V_1}{t_1} = \frac{p_2V_2}{t_2}$$

$$\text{o bien } \frac{pV}{t} = R,$$

donde R es la llamada constante general de los gases.

Esta relación general se llama ecuación de estado para un gas ideal; en otras palabras, el estado en que existe la materia, sólida, líquida o gaseosa, depende de sus valores p, V y t.

PROBLEMA

El tanque de 20 gal de un automóvil se llena por completo de gasolina a 0° F; después de que el automóvil ha estado estacionado en un garaje donde la temperatura se mantiene a 70°F, calcular la gasolina que se pierde debido a la dilatación. Se supone que el coeficiente de dilatación cúbica de la gasolina vale 0.0012/°C.

SOLUCION

Por la ecuación de definición se deduce que $V - V_0 = V_0\beta t$. Además el cambio de temperatura de 0° a 70°F corresponde a $\frac{5}{9}$ (70) = 39°C.

Por lo tanto: $V - V_0 = 20(0.0012)\ (39) = 2 \times 1.2 \times 3.9 \times 10^{-1} =$ 0.94 gal. *Resp.*

PROBLEMA

Calcular la profundidad de un tanque si las burbujas que se forman en el fondo aumentan 4 veces de volumen al elevarse hasta la superficie del agua, siendo la temperatura del fondo de 10° C y la superficie de 20° C.

SOLUCION

Este problema se identifica como relacionado con la ley general de los gases, donde la presión en la superficie es la presión atmosférica p_0 y la presión en el fondo excede a la atmosférica en una cantidad correspondiente a la profundidad del agua. Todas las temperaturas deben expresarse en la escala absoluta.

$$\frac{p_0V_0}{T_0} = \frac{pV}{T}$$

$p_0 = 1$ atmósfera; $\frac{V_0}{V} = 4$; $T_0 = 20 + 273$; $T = 10 + 273$.

Despejando a p: $$p_0 = \frac{V_0T}{VT_0} = 1(4)\left(\frac{283}{293}\right) = 3.87 \text{ atmósferas.}$$

$3.87 - 1 = 2.87$ atmósferas debidas al agua. Pero $p = hdg$, para un líquido de densidad d y profundidad h.

Para el agua, debe recordarse que una atmósfera corresponde, aproximadamente, a 34 pies, así que es innecesario sustituir valores en la ecuación anterior. 2.87 atmósferas corresponden, por lo tanto, a 2.87 (34) $\doteq$ 97.6 pies.

$\therefore\ h \doteq 97.6$ pies. *Resp.*

PROBLEMAS: TERMOMETRIA, DILATACION, LEY GENERAL DE LOS GASES

1. Cuando la lectura de un termómetro Fahrenheit es de 102°F, ¿cuál sera la lectura en un termómetro Centígrado?
2. Un acondicionador de aire baja 15°F la temperatura de un cuarto. ¿Cuánto vale el descenso en grados Centígrados?
3. El gas que llena un cilindro hace retroceder un pistón suministrando un trabajo de 1 440 pies-libras, mientras la presión se mantiene constantemente a 2 880 lb/pie^2. ¿Cuánto vale el cambio de volumen del gas?
4. Calcular cuánto se dilata un riel de 30 pies de largo, cuando su temperatura cambia de −20°F a 100°F. El coeficiente de dilatación lineal del acero vale 7×10^{-6}/°F.
5. Una cierta masa de gas a 300°K, que ocupa un volumen de 10^6 cm^3 y a la presión absoluta de 10^6 dinas/cm^2, se comprime y se calienta hasta que la temperatura sea de 400°K y el volumen de 10^4 cm^3. ¿Cuánto vale la presión absoluta final?
6. La temperatura crítica del bióxido de carbono es de 31°C. ¿Cuánto vale en la escala Fahrenheit?
7. Calcular la tolerancia que debe tenerse en cuenta para la dilatación de un puente de acero de 1 mi de largo, si experimenta un cambio de temperatura entre + 110°F y − 40°F. Coeficiente de dilatación lineal = 7×10^{-6}/°F.
8. Una esfera de acero ocupa 400 centímetros cúbicos a 0°C. Calcular el aumento de volumen al elevarse la temperatura hasta 100°C, si el coeficiente de dilatación lineal vale 11×10^{-6}/°C.
9. La presión del aire de un neumático de automóvil se comprueba a −10°C, encontrándose que vale 26 lb/plg^2. Después que el automóvil ha caminado, la temperatura del aire se eleva hasta +30°C. Calcular la presión del aire en el neumático si el volumen de éste permanece constante.
10. Un globo conteniendo 1 000 cc de gas a 40°C y a la presión manométrica de 5 lb/plg^2, se enfría a 20°C. Si el gas se contrae hasta un volumen de 950 cc, ¿cuánta deberá ser la presión?

Capítulo 10

CALORIMETRIA

Es conveniente considerar el calor como algo que puede medirse en función de la elevación de la temperatura que pueda producir. La cantidad de calor necesario para elevar la temperatura de un gramo de agua en un grado Centígrado, se llama *caloría*. La cantidad de calor necesaria para elevar la temperatura de una libra de agua en un grado Fahrenheit, se llama *Unidad Térmica Británica* (BTU). Estos valores se promedian en el tramo de temperatura que hay entre el punto de fusión y el de ebullición.

$$1 \text{ BTU} = 252 \text{ calorías}$$

En términos de energía, una caloría es equivalente a 4.18 joules (1 joule = 10^7 ergs), y una BTU es equivalente a 778 pie-lb.

De la definición de caloría, o de BTU, es claro que la cantidad de calor se mide con referencia al agua. La cantidad de calor necesaria para elevar la temperatura de un gramo de cualquier sustancia en un grado Centígrado se llama el *calor específico* (c) de dicha sustancia. La relación entre el calor específico de cualquier sustancia y la del agua se llama *calor específico relativo* (r) de dicha sustancia, cuyo valor numérico corresponde al del calor específico.

Si una cantidad Q de calor eleva la temperatura de m gramos de una sustancia desde t_0 hasta t, se tiene:

$$Q = mc(t - t_0) \text{ (calorías)}$$

Determinación del calor específico por el método de las mezclas. Cuando se calienta un cuerpo de masa y temperatura conocidas y se deja caer en una masa conocida de un líquido, agua por ejemplo, la elevación de temperatura del líquido es una indicación del calor específico del cuerpo.

Suponiendo que el calor que pierde el cuerpo al enfriarse es igual al calor que recibe el agua y su recipiente:

$$m_1c_1(t_0 - t_f) = m_a(t_f - t_i) + m_rc_r(t_f - t_i),$$

siendo m_1 la masa del cuerpo caliente; c_1, su calor específico; t_0, su temperatura inicial; t_f, su temperatura final que es la misma que la temperatura final del agua y del recipiente; m_a, es la masa del agua; t_i es la temperatura del agua y del recipiente, y m_r y c_r son, respectivamente, la masa y el calor específico del recipiente. Sustituyendo los valores encontrados experimentalmente, el valor de c_1 puede calcularse. Por supuesto el método puede aplicarse a otros líquidos si sus calores específicos se conocen.

PROCEDIMIENTO PARA RESOLVER PROBLEMAS

En los problemas que incluyen cantidades de calor, es generalmente preferible igualar el calor perdido por los cuerpos al enfriarse con el calor ganado por los cuerpos, que se calientan en el mismo sistema. En cada caso la cantidad de calor se encuentra multiplicando la masa de cada cuerpo por el calor específico de la sustancia y por la variación de temperatura, poniendo grados Centígrados cuando la masa se exprese en gramos, o grados Fahrenheit cuando la masa se exprese en libras, obteniéndose así, respectivamente, el calor en calorías o en BTU. Los valores de calor específico se encuentran en tablas de constantes físicas, excepto que el problema sea su determinación.

PROBLEMA

100 g de cobre ($c_{cu} = 0.095$) se calientan hasta 95°C, sumergiéndose entonces en 1 000 g de agua a 20°C, contenidos en un recipiente de cobre cuya masa es de 700 g. Se agita con un agitador de cobre, cuya masa es de 50 g hasta que el agua alcanza un valor final constante. ¿Cuánto vale esta temperatura final?

SOLUCION

El calor perdido por el cobre caliente al enfriarse hasta la temperatura t_f, vale:

$$m_{cu}c_{cu}(t_{95} - t_f) = 100(0.095)(95 - t_f).$$

El calor recibido por el agua, el recipiente y el agitador, valen:

$$(m_{agua} + m_{recipiente}c_{cu} + m_{agitador}c_{cu})(t_f - t_{20}).$$
$$[1\,000 + 700(0.095) + 50(0.095)](t_f - 20).$$

Igualando el calor perdido con el calor ganado:

$$100(0.095)(95 - t_f) = [1\,000 + 700(0.095) + 50(0.095)](t_f - 20).$$

Despejando a t_f:

$$(9.5)(95 - t_f) = (1000 + 66.5 + 4.75)(t_f - 20).$$
$$902.5 - 9.5t_f = 1071.3(t_f - 20) = 1071.3t_f - 21430.$$
$$22330 = 1081t_f.$$
$$t_f = \frac{22330}{1081} = 20.6°\text{C}. \qquad \textit{Resp.}$$

PROBLEMA

500 g de alcohol a 75°C se mezclan con 500 g de agua a 30°C, contenidos en un vaso de vidrio de 300 g ($c_{vidrio} = 0.14$). La mezcla queda a la temperatura de 46°C. ¿Cuánto vale el calor específico del alcohol?

SOLUCION

El calor perdido por el alcohol vale:

$$m_{alcohol}\,c_{alcohol}\,(t_{75} - t_f).$$
$$500c(75 - 46) = 500c(29) = 14\,500c.$$

El calor ganado por el agua y el vaso de vidrio vale:

$$m_{agua}(t_f - t_{inicial}) + m_{vidrio}c_{vidrio}(t_f - t_{inicial})$$
$$500(46 - 30) + 300(0.14)(46 - 30).$$
$$500(16) + 42(16) = 542(16) = 8670.$$

Igualando el calor perdido con el calor ganado:

$$14500\,c = 8670.$$
$$\therefore \quad c = \frac{8670}{14500} = 0.598. \qquad \textit{Resp.}$$

Cambios de estado. En circunstancias normales, y dentro del tramo de 0°C a 100°C, la adición de calor al agua eleva su temperatura en la proporción de un grado Centígrado por gramo y por caloría. A 100°C, la temperatura normal de ebullición, ocurre una discontinuidad en la curva de temperatura vs. calor, asociada con el cambio de estado de agua líquida a vapor de agua. Para completar esta transformación se necesita, mien-

tras la temperatura permanece a 100°C, 540 cal por cada gramo de agua evaporada. Mantener el agua hirviendo a 100°C significa, no solamente elevar la temperatura hasta 100°C, sino agregar una cantidad adicional de calor, llamada *calor de vaporización* (540 cal/g de agua).

Análogamente, a 0°C, 80 cal/g de agua deben quitársele para congelarla, si previamente la temperatura se ha reducido hasta el punto de congelación. Esta cantidad de calor se llama *calor de fusión* (80 cal/g de agua).

Esto significa también que al fundir el hielo a 0°C, deben agregarse 80 cal/g para producir la transformación y que al condensar vapor de agua serán liberados en la transformación 540 cal/g.

PROBLEMA

Un cubo de hielo de 200 g se coloca en 500 g de agua a 20°C. Despreciando los efectos del depósito, ¿cuál es la situación resultante?

SOLUCION

Nótese que el cubo de hielo a 0°C debe bajar la temperatura del agua, y que por cada 80 calorías absorbidas por el hielo, se fundirá un gramo de éste sin cambio en la temperatura. Si el calor suministrado por los 500 g de agua enfriada hasta 0°C, excede la cantidad necesaria para fundir 200 g de hielo, el agua no se enfriará hasta 0°C. Si, por otro lado, es menor que la necesaria para fundir a los 200 g de hielo, sólo se fundirá una fracción de éste y la temperatura resultante deberá ser de 0°C.

La cantidad de calor que debe quitarse al agua para bajar su temperatura hasta 0°C es:

$$500 \times 20 = 10\,000 \text{ calorías}$$

La cantidad de hielo que, a 0°C, se fundirán con 10 000 calorías, es:

$$\frac{10\,000}{80} = 125 \text{ g.}$$

Esto es menos que 200 g la masa original de hielo, por lo que 75 g de hielo quedarán flotando en agua a la temperatura de 0°C. *Resp.*

PROBLEMA

500 g de municiones, a la temperatura de 100°C, se colocan en una perforación taladrada en un gran témpano de hielo. Si el calor específico del plomo vale 0.03, calcular la masa de hielo que se funde.

SOLUCION

Al enfriarse los 500 g de plomo desde 100°C hasta 0°C, se liberan $500(0.03)(100) = 1\,500$ calorías, que deberán fundir:

$$\frac{1\,500}{80} = 18.75 \text{ g de hielo.}$$

Como probablemente no se funda todo el hielo presente, la temperatura del agua no subirá arriba de 0°C, esto es, el hielo y el agua permanecerán en equilibrio térmico.

PROBLEMA

Se pasa vapor de agua, a la presión atmosférica normal, dentro de una cubeta que contiene 10 cuartillos de agua helada, donde flota un témpano de hielo de 5 lb. Calcular cuántas libras de vapor se necesitan para fundir el hielo y elevar la temperatura del agua hasta 70°F, suponiendo que no se pierde vapor en el proceso.

SOLUCION

Como los datos están dados en unidades inglesas (suponiendo que una pinta de agua tiene la masa de una libra) es de desearse que el calor de fusión y de vaporización del agua se expresen en BTU por libra y que las temperaturas se expresen en grados Fahrenheit.

$$540 \text{ cal/g} = \frac{540}{252}(454) = 973 \text{ BTU/lb.}$$

$$80 \text{ cal/g} = \frac{80}{252}(454) = 144 \text{ BTU/lb.}$$

$$10 \text{ cuartillos de agua} = 20 \text{ lb.}$$

Elevación de temperatura desde el punto de hielo hasta el punto de vapor = 180°F.

Igualar el calor liberado por la condensación de m libras de vapor, agregando al calor perdido por m libras de vapor condensado enfriado hasta 70°F, al calor necesario para fundir 5 lb de hielo y para elevar la temperatura de 32°F a 70°F de 20 más 5 lb de agua:

$$m(973) + m(212 - 70) = (5)144 + (20 + 5)(70 - 32).$$

$$m(1\,115) = 1\,670.$$

$$m = \frac{1\,670}{1\,115} = 1.5 \text{ lb.} \qquad \textit{Resp.}$$

PROBLEMAS: CALORIMETRIA Y CAMBIOS DE ESTADO

1. Una bola de hierro, con una masa de 320 g, se calienta en un horno y se deja caer en 300 g de agua contenidos en un vaso de cobre de

110 g a 20°C; la temperatura final obtenida es de 80°C. El calor específico del hierro es de 0.105 y el del cobre es de 0.092, ambos en BTU/(lb°F). (a) ¿Qué cantidad de calor fue absorbida por el agua? (b) ¿Qué cantidad de calor fue absorbida por el vaso de cobre? (c) ¿Cuál fue la temperatura del horno?

2. Calcular la cantidad de agua que debe enfriarse de 20°C a 5°C, si 10 g de hielo se colocan en un vaso con el agua y si no hay intercambio de calor con los alrededores. Despreciar el calor específico del vidrio.
3. Una cuchara de plata de 320 g masa, se calienta en un horno y entonces se deja caer en 300 g de agua contenidos en un vaso de cobre de 110 g masa a 20°C; la temperatura final obtenida es de 50°C. El calor específico de la plata es de 0.055 y el del cobre 0.092, ambos en BTU/(lb°F). (a) ¿Qué cantidad de calor fue absorbido por el agua? (b) ¿Qué cantidad por el vaso de cobre? (c) ¿Cuánto vale la temperatura del horno?
4. Se agregan 800 calorías a un cuerpo de cobre cuya masa es de 1 000 g y cuyo calor específico es de 0.09 BTU/(lb°F). Calcular la elevación de temperatura del cobre.
5. Un pedazo de hielo de 30 g se agrega a 1 000 g de agua a 100°C. Despreciando la capacidad térmica del depósito, ¿cuál será la temperatura final de la mezcla?
6. Un cuerpo de cobre de 600 g se calienta a 99°C y se deja caer en 500 g de agua contenidos en un calorímetro de cobre de 100 g y a 19°C. Calcular la elevación de temperatura del agua si el calor específico del cobre vale 0.095 BTU/(lb°F).
7. Si la temperatura del vapor de agua es de 100°C, ¿cuántos gramos se necesitarán para fundir 30 kg de hielo cuya temperatura es de 0°C?
8. Si 30 g de hielo a 0°C se agregan a 300 g de agua a 25°C, contenidos en un calorímetro de cobre de 100 g, ¿cuánto valdrá la temperatura del agua después que el hielo se ha fundido?
9. Calcular el calor necesario para consumir por ebullición 250 cm^3 de agua a 100°C.
10. Se propone elevar la temperatura de 1 m^3 de agua, contenida en un tanque de hierro de 10 kg, desde 10°C hasta 30°C, por la introducción de vapor a 100°C. Tomando el calor específico del hierro, como 0.09 BTU/(lb°F), calcular la masa, en gramos, del vapor de agua que se necesita.

Capítulo 11

TRANSMISION DE CALOR Y TERMODINAMICA

Existen tres modos como el calor que puede transmitirse de un lugar a otro, llamados *conducción*, *convección* y *radiación*.

Conducción. Este es un proceso en donde la agitación térmica de las moléculas avanza a través de una sustancia; así el calor se propaga literalmente a través de un medio físico. La cantidad transmitida por conducción en la unidad de tiempo, está dada por la expresión siguiente:

$$\frac{Q}{\theta} = \frac{kA(t_2 - t_1)}{X}$$

donde θ representa tiempo; k es una constante de proporcionalidad, llamada coeficiente de conductividad térmica, que depende de la clase de sustancia; A es el área de la sección recta; t_2 y t_1 son las temperaturas de cada extremo y X es la longitud del conductor. Cuando Q se expresa en calorías, A se expresa en centímetros cuadrados, X se expresa en centímetros y las temperaturas en °C. Si Q se expresa en BTU, A en pie^2, X en pies, y las temperaturas en °F. Los valores de k se encuentran en las tablas de constantes físicas.

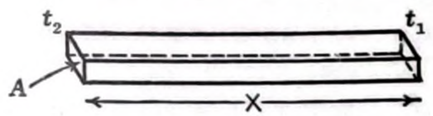


FIG. 57

PROCEDIMIENTO PARA RESOLVER PROBLEMAS

La mayoría de los problemas de conducción térmica, en el nivel de un curso de Física de primer año, son simplemente una aplicación de la fórmula anterior. Debe tenerse cuidado en expresar los datos en unidades compatibles con las que se dan para k.

PROBLEMA

En los lados de una hoja de vidrio de una ventana, las temperaturas son 70 y 0°F. Calcular la rapidez con que se conduce el calor, si la lámina tiene una área de 2 500 cm² y un espesor de 2 mm.

SOLUCION

En las tablas se encuentra que $k = 0.0015$ en unidades C.G.S., lo que sugiere que la diferencia de temperaturas debe estar en grados Centígrados.

$$70°\text{F} = \tfrac{5}{9}(70) = 38.9°\text{C}.$$

$$\frac{Q}{\theta} = \frac{kA(t_2 - t_1)}{X}$$

donde $A = 2\,500$ cm²; $t_2 - t_1 = 38.9°\text{C}$; $X = 0.2$ cm.

$$\therefore \quad \frac{Q}{\theta} = \frac{0.0015\,(2\,500)\,38.9}{0.2} = 729 \text{ cal/seg.} \qquad \textit{Resp.}$$

PROBLEMA

La superficie de las paredes de un refrigerador vale 40 pies², teniendo 2 plg de espesor. La temperatura interior se mantiene a 40°F, siendo la exterior de 80°F. Si las paredes se construyen de madera, calcular la proporción con que se pierde el calor. Calcular la pérdida si las paredes del refrigerador fueran de vidrio sólido.

SOLUCION

Este problema sugiere la ecuación:

$$\frac{Q}{\theta} = \frac{kA(t_2 - t_1)}{X}$$

En este problema los datos no están en unidades C.G.S. De las tablas se encuentran los siguientes valores:

$$k_{\text{madera}} = 9 \text{ a } 3 \text{ (BTU plg/hr pie}^2\text{°F)}.$$
$$k_{\text{vidrio}} = 6 \quad \text{(BTU plg/hr pie}^2\text{°F)}.$$

Como el valor promedio para la madera es el mismo que para el vidrio, 6 BTU plg/hr pie²°F, la respuesta de la segunda parte del problema es evidente, siendo igual a la respuesta de la primera pregunta. El problema es una aplicación de la ecuación de la conductividad térmica:

$$\frac{Q}{\theta} = \frac{6(40)(40)}{2} = 4\,800 \text{ BTU/hr.} \qquad \textit{Resp.}$$

Comentario. Este calor es suficiente para fundir aproximadamente 33 lb de hielo por hora, ya que 80 cal/g = 144 BTU/lb.

Convección. La convección es el transporte de calor, de un lugar a otro, por medio de un agente físico, tal como un fluido en movimiento (líquido o gas). Generalmente se establecen corrientes de convección, pero debido a lo complicado del flujo de los fluidos, excepto en la situación ideal que se encuentra en el flujo estacionario, los problemas numéricos relacionados con la convección son demasiado complicados en este curso de física.

Radiación. La radiación es la transmisión de calor por medio de la propagación de una onda electromagnética a través del espacio (así como se transmiten la luz y las radio ondas, pero en un tramo de diferente longitud de onda). La potencia de radiación de la superficie ideal del llamado "cuerpo negro", hacia el espacio libre, se expresa como sigue:

$$W = SAT^4,$$

donde W se encuentra en joules/seg = watts, A es el área de la superficie en cm² y T la temperatura absoluta en °K (4.18 joules equivalen a 1 caloría). Si la superficie radiante está a la temperatura T_1 y los alrededores están a la temperatura T_2, la potencia neta de radiación se expresa por la siguiente ecuación:

$$W = SA(T_1^4 - T_2^4).$$

S se llama constante del cuerpo negro y vale 5.7×10^{-12} watts, por centímetro cuadrado, por grado absoluto a la cuarta potencia.

La radiación se explica por la ahora famosa teoría cuántica, que postula que la energía radiante se emite siempre en "cuantos" de varios tamaños, pero nunca como una fracción de ellos. Por consiguiente, la radiación se considera como discontinua e intermitente, en contraste con los conceptos de la propagación ondulatoria: surge así el llamado conflicto entre las teorías ondulatoria y corpuscular de la radiación, resuelto modernamente por los conceptos de la mecánica ondulatoria, lo que está fuera del ámbito de este libro.

PROBLEMA

Encontrar cuántas veces pierde más calor, al enfriarse 1°C, una taza de café a 100°C que a 30°C, si la temperatura ambiente es de 20°C.

SOLUCION

Aunque a primera vista parece que la rapidez del enfriamiento es la misma, ya que la cantidad de calor es la misma en los dos casos (un cambio de temperatura de 1°C en cada caso), la realidad es que la proporción del enfriamiento es mayor a la mayor temperatura, debido a que depende de la *cuarta* potencia de la temperatura absoluta.

$$W = SA(T_1^4 - T_2^4).$$

Aunque el café no es un cuerpo "negro ideal", su constante de radiación es proporcional a la de dicho "cuerpo negro":

$$S_1 = \sigma S.$$
$$\therefore \quad W = \sigma SA(T_1^4 - T_2^4).$$

Para el café caliente:

$$W_1 = \sigma SA(373^4 - 293^4),$$
ya que $T_1 = 100 + 273$; $T_2 = 20 + 273$.

Para el café frío:

$$W_2 = \sigma SA(303^4 - 293^4).$$

$$\therefore \quad \frac{W_1}{W_2} = \frac{373^4 - 293^4}{303^4 - 293^4} = \frac{(193 - 73.6) \times 10^{16}}{(84.3 - 73.6) \times 10^{16}} = \frac{119.4}{10.7} = 11.2.$$

Por tanto, el café caliente se enfría 1°C, 11.2 veces más rápido que el café frío. *Resp.*

Termodinámica. En los cursos de Física de primer año, es usual considerar dos leyes básicas de la termodinámica.

(1) La primera ley de la termodinámica es la ley de la conservación de la energía aplicada al calor y dice que 4.18 joules de energía mecánica pueden ser convertidos en 1 caloría de energía térmica. Por tanto, en la obtención de calor por el gasto de energía:

$$4.18 \text{ joules} \eqsim 1 \text{ cal.}$$

El valor 4.18 joules/cal se conoce como el equivalente mecánico del calor y, generalmente, se representa con la letra J (Joule):

$$J = 4.18 \text{ joules/cal.}$$

(2) La segunda ley de la termodinámica se refiere a la irreversibilidad de los procesos naturales. Hay varios modos de enunciar esta ley; uno de ellos dice que el calor por sí mismo, fluye solamente de las regiones a alta temperatura hacia las regiones a menor temperatura.

Una conclusión que se deduce de la segunda ley termodinámica, consiste en que la eficiencia con que una máquina ideal convierte el calor en energía mecánica, está limitada por el tramo de temperaturas entre las que trabaja la máquina. Además, como ninguna máquina real puede ser más eficiente que la máquina ideal, la eficiencia de todas las máquinas térmicas queda así limitada. Para la máquina ideal la eficiencia vale:

$$\text{Ef.} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

siendo T_1 la temperatura absoluta de la caldera, que es la temperatura superior de la máquina; y T_2 es la temperatura absoluta del escape de la máquina. Solamente si esta temperatura fuese el cero absoluto, la máquina ideal tendría una eficiencia de 100%.

PROBLEMA

Una bala de 50 g, que lleva la velocidad de 40 000 cm/seg es detenida por una placa de acero. Calcular el calor formado, suponiendo que la conversión de energía es completa.

SOLUCION

Identificar esta situación como una donde la energía cinética ($\frac{1}{2} mv^2$) de la bala se convierte en calor en la proporción de 4.18 joules/cal.

$$\therefore \quad \tfrac{1}{2}mv^2 = JQ$$
$$\tfrac{1}{2}(50)(40\,000)^2 = 4.18\ Q$$
$$Q = \frac{25\,(1\,600\,000\,000)}{4.18} = 96 \times 10^8 \text{ ergs} = 960 \text{ joules.} \qquad \textit{Resp.}$$

PROBLEMA

El gas que se dilata en una máquina de gas, mueve al pistón dentro del cilindro, suministrando 2 000 pie-lb de trabajo a la presión constante de 3 000 lb/pie². Calcular el cambio de volumen del gas y el calor que se desarrolla en el proceso.

SOLUCION

Evidentemente el problema se refiere a la equivalencia de energía y calor. El trabajo se define como:

$$W = fs,$$

y para un gas dilatándose vale $W = pV$ donde W es el trabajo dado por el gas a presión constante, cuando se dilata el volumen V. (Nótese que $p = f/a$, por lo que $pV = f/a\,V = fs$.)

De donde:

$$pV = JQ = W.$$

De donde:

$$V = \frac{W}{p} = \frac{2\,000}{3\,000} = 0.667 \text{ pies}^3.$$

Además

$$Q = \frac{2\,000}{778} \text{ (4.18 joules/cal} = 778 \text{ pies-lb/BTU)}$$

$$= 2.57 \text{ BTU.} \qquad \textit{Resp.}$$

PROBLEMA

Calcular la máxima eficiencia de una máquina de vapor, si el vapor que entra a la máquina se encuentra a 175°C y el vapor de escape está a 75°C.

SOLUCION

Los problemas como éste se resuelven sustituyendo en la fórmula de la eficiencia de una máquina ideal.

$$\text{Ef.} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{(175 + 273) - (75 + 273)}{175 + 273}$$

$$= \frac{448 - 348}{448} = \frac{100}{448} = 22.3\%. \qquad \textit{Resp.}$$

PROBLEMAS: TRANSMISION DE CALOR Y TERMODINAMICA

1. El fondo de una caldera de cobre, tiene 0.1 cm de espesor y una área de 400 cm²; la superficie superior se mantiene a 80°C y las flamas mantienen a la superficie inferior a 100°C. La conductividad térmica del cobre vale 0.092 cal/cm seg°C. Calcular el calor que fluye en 5 min.
2. Calcular la rapidez de conducción del calor en calorías por segundo, a través de una placa de 0.30 cm de espesor y 10^5 cm² de área, si el coeficiente de conductividad térmica vale 0.0030 cal/cm seg°C y si la diferencia de temperatura entre los dos lados de la placa es de 50°C.
3. Una máquina de reacción funciona entre la temperatura de 650°C y la temperatura de escape de los gases de 40°C. Encontrar su eficiencia teórica.

4. Una máquina de vapor recibe vapor de la caldera a 200°C y lo expulsa a 100°C. ¿Cuánto vale la máxima eficiencia de la máquina?
5. Un perno de hierro de 20 cm de largo y con una sección recta de 5 cm², atraviesa la pared de un edificio, cuya temperatura interior es de 15°C, siendo la exterior de −20°C. La conductividad térmica del hierro vale 0.16 cal/cm seg°C. Calcular el calor que sale por minuto a través del perno.
6. Una plancha de cobre de 20 × 10 cm 2 cm de espesor tiene una de sus caras a la temperatura de ebullición del agua mientras que la otra se mantiene a 60°C, por estar en contacto con una corriente de agua. La conductividad térmica del cobre es 0.092 cal/cm seg°C. Calcular el calor que atraviesa la plancha en dos horas.
7. Un refrigerador se aísla rodeándolo con cartón de corcho, cuya conductividad térmica vale aproximadamente 9.0 BTU pulgadas, por pie cuadrado, por día, por grado Fahrenheit. El área del refrigerador es de 32 pies² y el espesor del aislamiento es de 2 plg. Suponiendo que la temperatura interior es de 50°F y que la exterior es de 80°F, calcular el calor que se pierde, escapando a través de las paredes, durante una semana.
8. La constante de radiación térmica del cuerpo negro se acepta que vale 5.7×10^{-8} watt/m temperatura absoluta.[4] Una esfera de tungsteno de 2 mm de radio se mantiene a la temperatura de 600°C en una cámara al vacío de tamaño relativamente grande. Calcular la rapidez con que la esfera radia calor.
9. Una cierta máquina de Carnot tiene una eficiencia de 40%. Calcular la temperatura de la fuente de calor si la temperatura de la fuente fría es de 50°C.
10. Una máquina térmica de 1 h.p. funciona entre las temperaturas de 150 y 50°C. Si su eficiencia real es la cuarta parte de la teórica, calcular cuántos pies libras de energía se absorben en un segundo.

Parte IV

Electricidad y Magnetismo

Capítulo 12

ELECTROSTATICA

A pesar de su importancia práctica en el mundo moderno, la electricidad es un concepto abstracto, imposible de definir en términos de conceptos más sencillos. La carga eléctrica es, en consecuencia, un concepto básico que debe agregarse a la longitud, la masa y el tiempo, ya discutidos en Mecánica. La carga se hace visible por las fuerzas atractivas o repulsivas que existen entre los cuerpos cargados; cuando una barra de ebonita se frota con lana, o cuando una barra de vidrio se frota con seda, cada uno de estos cuerpos es capaz de atraer pequeños pedacitos de papel, por lo que se dice que están eléctricamente cargados. Por otra parte, cada uno de esos cuerpos rechaza a otro cuerpo igual tratado del mismo modo, atrayendo al otro, es decir, una barra de ebonita cargada atrae a una barra de vidrio cargada. La carga del *vidrio* se dice que es *positiva*, y la carga de la *ebonita, negativa.*

Ley de Coulomb. Las cargas eléctricas siguen una ley descubierta por Coulomb que puede expresarse en dos partes:

(a) Cargas iguales se rechazan y cargas diferentes se atraen.
(b) La fuerza de atracción o de repulsión entre dos cuerpos cargados, supuestos puntuales, es directamente proporcional al producto de las cargas, e inversamente proporcional al cuadrado de la separación entre ellas. Depende también del medio donde están sumergidas las cargas, esto es, del medio que hay entre ellas:

$$F = \frac{qq'}{Kr^2},$$

donde q y q' representan la magnitud de las cargas, r es la distancia entre ellas y K es la *constante dieléctrica* del medio interpuesto.

Carga positiva unitaria. Tomando como base la ley de Coulomb, una unidad de carga, llamada la *carga positiva unitaria*, se define como aquella carga que en el vacío ($K = 1$ por definición) rechaza a otra carga igual, colocada a 1 cm de distancia con la fuerza de 1 dina. Aunque ésta es una carga unitaria supuesta, porque nunca se ha realizado experimentalmente, es la base para todas las consideraciones eléctricas cuantitativas y debe ser estimada en todo su valor por principiante. Esta unidad se llama el *estato coulombio* o *unidad electrostática* (UEE) de carga.

Naturaleza eléctrica de la materia. Como se sabe ahora que la materia es de naturaleza eléctrica, debe hacerse notar que carga positiva y carga negativa significan, respectivamente, deficiencia y exceso de contenido de electrones. No se crea carga al frotar el vidrio con seda, etc., sino que con el frotamiento la distribución normal de electrones se altera. Un cuerpo eléctricamente neutro debe imaginarse como un cuerpo con un contenido de electrones libres suficiente para equilibrar las cargas positivas de los núcleos de los átomos que lo constituyen. En términos de la unidad electrostática, se ha encontrado que la carga del electrón vale:

$$1 \text{ electrón} = 4.81 \times 10^{-10} \text{ UEE}.$$

Campo eléctrico de fuerzas. La región que rodea a una carga, en donde la influencia de la carga puede ser experimentada, se llama *campo eléctrico* de dicha carga. La intensidad E del campo eléctrico en cualquier punto se define como la fuerza que recibe la unidad de carga positiva en ese punto. Se mide por la fuerza, suponiendo que la unidad de carga positiva no influye por sí misma en el campo:

$$E = \frac{F}{q}.$$

La intensidad del campo E es una magnitud vectorial y se expresa en dinas por UEE.

Líneas de fuerza. Para comprender cómo se distribuye la intensidad del campo eléctrico se usa generalmente el concepto de línea de fuerza; ésta es una línea que en cada punto indica la dirección en que una supuesta carga positiva unitaria debiera moverse si se colocara en ella, es decir, alejándose de una carga positiva (repulsión de Coulomb) y acercándose hacia una carga negativa (atracción de Coulomb). Adoptando la convención de dibujar una línea por centímetro cuadrado por cada dina por UEE de intensidad del campo, la intensidad del campo en un lugar puede expresarse como líneas por centímetro cuadrado; de este modo el concepto de líneas de fuerza tiene significación tanto cualitativa como cuantitativa; por consiguiente, son importantes tanto la dirección como la concentración de las líneas (véase la Fig. 58).

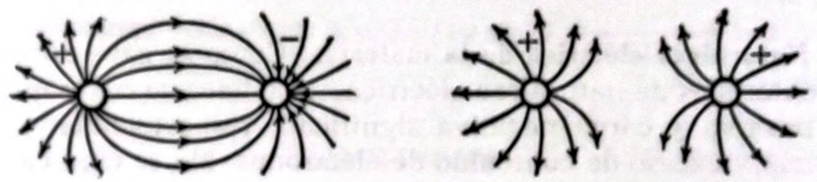


FIG. 58

En la cercanía de una carga aislada q, la intensidad del campo vale:

$$E = \frac{F}{q'} = \frac{qq'}{Kr^2q'} = \frac{q}{Kr^2}$$

donde q', representa la carga de prueba. Si un conductor es hueco, la intensidad del campo en cualquier lugar interior vale cero.

PROCEDIMIENTO PARA RESOLVER PROBLEMAS

Para determinar el valor de la intensidad del campo eléctrico en algún punto, imaginarse una carga positiva unitaria colocada en dicho punto y entonces analizar la fuerza o fuerzas actuando sobre ella originadas por la carga o cargas que se encuentran en los alrededores; debe recordarse que las fuerzas se suman vectorialmente. Dibujar siempre un diagrama de la situación descrita por el problema.

PROBLEMA

Calcular la intensidad del campo eléctrico a 10 cm de una carga puntual negativa de 500 UEE, sumergida en el aire.

SOLUCION

$E = F/q'$, donde $q' = +1$ UEE.

Por la ley de Coulomb: $F = \dfrac{qq'}{Kr^2}$.

$\therefore\ E = q/Kr^2$

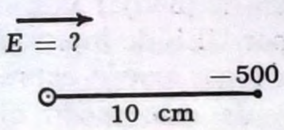


FIG. 59

K para el aire es aproximadamente la unidad.

$\therefore\ E = \dfrac{500}{(1)(10^2)} = 5$ dinas/UEE o 5 líneas/cm², apuntando *hacia* la carga negativa. *Resp.*

PROBLEMA

(a) Dos cargas positivas iguales, de 200 UEE cada una, están a 6 cm de distancia sumergidas en aceite, cuya constante dieléctrica vale 5. Calcular la intensidad del campo en el punto situado entre las dos cargas.

(b) Resolver el problema si una carga es positiva y la otra negativa.

SOLUCION

(a) Antes de intentar el cálculo de la intensidad del campo E en el punto P, nótese que si la carga positiva unitaria se coloca en P, las fuerzas que recibe de cada carga deben tener la misma dirección pero de sentido opuesto, equilibrándose entre sí, por lo que la intensidad del campo resultante es cero.

$\therefore\ E$ en P es cero. *Resp.*

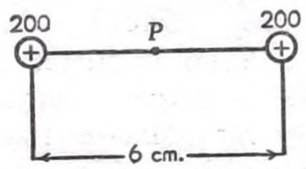


FIG. 60

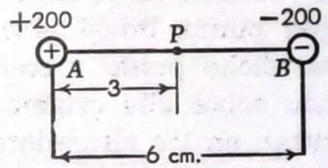


FIG. 61

(b) La unidad de carga positiva colocada en P debe recibir una fuerza de la carga A:

$E_1 = \dfrac{q}{Kr^2} = \dfrac{200}{5(9)} = 4.4$ dinas/UEE, hacia la derecha;

y debido a la carga B: $E_2 = \dfrac{q}{Kr^2} = 4.4$ dinas/UEE, también hacia la derecha.

$\therefore\ E = E_1 + E_2 = 8.8$ dinas/UEE de + a −. *Resp.*

PROBLEMA

Calcular cuánto vale la carga de cada una de un par de bolitas de medula de saúco, suspendidas en el aire de un mismo punto por cuerdas de 5 cm de largo, si se rechazan separándose 4 cm. Cada bolita tiene una masa de 0.1 g.

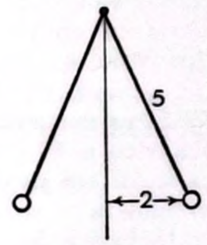


FIG. 62

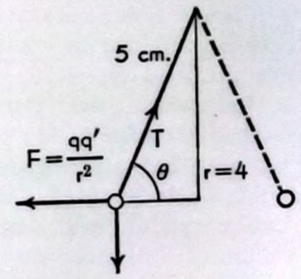


FIG. 63

SOLUCION

Dibújese un diagrama vectorial de las fuerzas que recibe una bolita, teniendo en cuenta que ésta se encuentra en equilibrio mecánico.

Consideremos las componentes x:

$\Sigma F_x = 0.$

$$\frac{-q^2}{r^2} + T\cos\theta = 0.$$

Consideremos las componentes y:

$\Sigma F_y = 0.$

$$T\ \text{sen}\ \theta - mg = 0.$$

Resolviendo algebraicamente: $\left.\begin{aligned} T\ \text{sen}\ \theta &= mg \\ T\cos\theta &= \dfrac{q^2}{r^2} \end{aligned}\right\}$ $\therefore\ \tan\theta = \dfrac{mgr^2}{q^2}$,

por lo que $q^2 = \dfrac{mgr^2}{\tan\theta}$.

$\cos\theta = 2/5 = .4 \quad \therefore\ \tan\theta = 2.25$ (tablas).

$q^2 = \dfrac{(0.1)(980)(4)^2}{2.25} = \dfrac{98(16)}{2.25} = 697 \quad q = \sqrt{697} = 26.4$ UEE. *Resp.*

PROBLEMAS: INTENSIDAD DEL CAMPO ELECTRICO

1. Dos cargas puntuales aisladas, una de +400 UEE y la otra de +100 UEE, están a 20 cm de distancia en el aire. (a) Calcular la fuerza que ejercen entre sí las dos cargas. (b) Calcular la magnitud de la intensidad del campo en el punto situado a la mitad de la distancia entre las dos cargas. (c) Calcular a qué distancia de la carga de +400 UEE, y sobre la línea que une a las dos cargas, la intensidad del campo es igual a cero. (d) Si una carga de +4 UEE se coloca en el punto encontrado en la pregunta anterior, (c) ¿cuánto vale la magnitud de la fuerza que recibe? (e) Si una carga de +4 UEE se coloca en un punto a la mitad entre las dos cargas originales, ¿se moverá hacia la carga de +400 UEE o hacia la carga de +100 UEE?
2. Dos cargas iguales se rechazan con la fuerza de 9 dinas, cuando están en el vacío a 0.20 cm de distancia. ¿Cuánto vale cada carga?
3. Una carga puntual de +12 UEE se coloca en un punto de espacio donde la intensidad del campo eléctrico vale 4 dinas/UEE. ¿Qué fuerza recibe la carga?
4. Una carga puntual aislada de +400 UEE se encuentra en el aire. (a) Calcular la intensidad del campo eléctrico a 10 cm de la carga. (b) Si una carga de −2 UEE se coloca a 10 cm de la carga, ¿qué fuerza recibirá? (c) ¿En qué dirección tenderá a moverse la carga de −2 UEE? (d) ¿A qué distancia de la carga de +400 UEE se reducirá la intensidad del campo a la cuarta parte de la intensidad encontrada en la primera pregunta?
5. Dos pequeñas bolitas de medula de 1 g de masa cada una están colgadas del mismo punto con hilos independientes de 50 cm de largo. Al cargarlas igualmente se separan 10 cm. Calcular la carga de cada bolita.
6. Ocho cargas de +100 UEE cada una se colocan en los ocho vértices de un cubo de 2 cm de arista. ¿Cuánto vale la intensidad del campo en el centro del cubo?
7. Dos cargas de +600 y de −600 UEE están en el aire a 20 cm de distancia. Calcular la fuerza (en magnitud y dirección) que debe recibir una carga de +10 UEE colocada en medio.
8. Una fuerza de repulsión de 900 dinas se encuentra que recibe una carga de +10 UEE colocada a 30 cm de una carga q, sumergida en baño de aceite cuya constante dieléctrica vale 5. ¿Cuánto vale la carga q?

Potencial eléctrico. Mover una carga eléctrica en un campo eléctrico desde un punto inicial a otro punto con diferente intensidad del campo, involucra trabajo (véase la definición de trabajo en la parte de Mecánica).

El trabajo necesario para llevar una supuesta carga positiva unitaria desde un punto A hasta un punto B se llama diferencia de *potencial eléctrico* entre A y B. En la Fig. 64 los puntos A y B están, respectivamente, a las distancias r_1 y r_2 de una carga puntual $+q$.

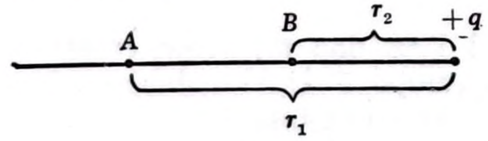


FIG. 64

La unidad de carga positiva colocada en A debe experimentar una fuerza:

$$F_A = \frac{q \times 1}{Kr_1^2}$$

dirigida a la izquierda (repulsiva), mientras que en B experimentará la fuerza:

$$F_B = \frac{q \times 1}{Kr_2^2}$$

también a la izquierda. Si la carga se desplaza de A a B la cantidad $(r_1 - r_2)$, deberá vencerse una fuerza media que valga aproximadamente: $\frac{q}{Kr_1r_2}$, con sentido a la izquierda, por lo que debe suministrarse trabajo. El trabajo por unidad de carga se simboliza así: V_{BA}, para indicar que en B el potencial es mayor que en A. La ecuación de la diferencia de potencial será:

$$V_{BA} = \frac{q}{K}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right) = V_B - V_A.$$

Potencial absoluto. La relación anterior dice que el potencial en B excede al de A en una cierta cantidad. Si r_1 (la distancia de A a la carga q) se vuelve infinitamente grande, V_{BA} deberá convertirse en $\frac{q}{Kr_2}$. De este modo el trabajo necesario para traer a la unidad de carga positiva desde el infinito (desde más allá de la influencia de la carga en cuestión) hasta el punto B se llama el *potencial absoluto* en B. Análogamente el trabajo necesario para traer a la unidad de carga positiva desde el infinito hasta el punto A es el *potencial absoluto* en A. Por tanto, el trabajo necesario para llevar a la unidad de carga positiva desde A hasta B es el incremento de potencial de B sobre el de A.

El potencial se expresa en ergs por estato-coulomb, o estato-volt. Esta unidad se relaciona con la unidad más familiar, el volt (aún no definido) así:

1 estato-volt = 300 volts.

El potencial V es una magnitud escalar (mientras que la intensidad del campo E es una magnitud vectorial). Así el potencial absoluto en un punto debido a varias cargas puntuales próximas, es la suma algebraica de los potenciales absolutos debidos a cada carga separada:

$$V = \Sigma \frac{q}{Kr}.$$

Conforme se carga un conductor, cambia su potencial, volviéndose mayor al agregar cargas positivas, y menor si se agregan cargas negativas. Una superficie conductora es una superficie equipotencial, porque las cargas se mueven libremente en los conductores. El potencial V, en la superficie de un conductor esférico de radio r, es igual al que se obtendría si toda la carga estuviera concentrada en el centro de la esfera, es decir:

$$V = \frac{Q}{Kr},$$

donde Q representa la carga total y K, es la constante dieléctrica del medio donde está sumergido el conductor esférico. En cualquier punto del conductor esférico el potencial es el mismo que el de la superficie.

PROBLEMA

(a) Calcular el valor del potencial en medio de dos cargas positivas iguales de 200 estato-coulombs cada una, siendo la separación entre las cargas de 6 cm; las cargas están sumergidas en aceite cuya constante dieléctrica vale 5.

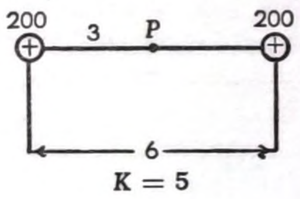
(b) Resolver el problema si una carga es positiva y la otra es negativa.

SOLUCION

(a) Dibujar el diagrama correspondiente.

Ambas cargas contribuyen al valor del potencial en el punto P; por consiguiente:

$$V_P = \Sigma \frac{q}{Kr} = \frac{+200}{5(3)} + \frac{200}{5(3)} = 26.7 \text{ estato-volts.} \qquad \textit{Resp.}$$



$K = 5$

FIG. 65

(b) Si una de las cargas es negativa:

$$V_P = \frac{+200}{5(3)} - \frac{200}{5(3)} = 0. \qquad \textit{Resp.}$$

Comentario. Nótese que mientras la intensidad del campo E vale cero en medio de dos cargas iguales (segundo problema de la sección anterior) el potencial V no vale cero y viceversa.

PROBLEMA

Calcular la diferencia de potencial entre los puntos A y B de la Fig. 66. ¿Cuál de los dos puntos está a mayor potencial? Calcular el trabajo necesario para llevar una carga de 20 estato-coulombs del punto A al punto B.

$$\begin{cases} q_1 = +5 \text{ estato-coulombs} \\ q_2 = +10 \quad \text{,,} \quad \text{,,} \\ q_3 = -20 \quad \text{,,} \quad \text{,,} \end{cases}$$

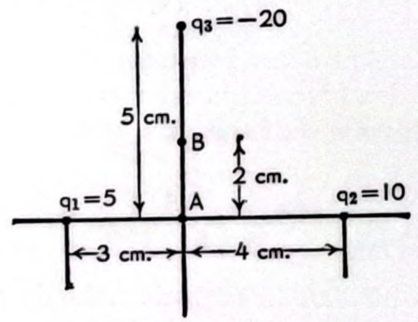


FIG. 66

SOLUCION

Potencial absoluto en A es:

$$\begin{aligned} V_A &= +\tfrac{5}{3} + \tfrac{10}{4} - \tfrac{20}{5} \\ &= +1.67 + 2.50 - 4.00 \\ &= +0.17 \text{ estato-volts.} \end{aligned}$$

Potencial absoluto en B:

$$\begin{aligned} V_B &= \frac{+5}{\sqrt{3^2+2^2}} + \frac{10}{\sqrt{4^2+2^2}} - \frac{20}{3} \\ &= \frac{5}{3.6} + \frac{10}{4.5} - \frac{20}{3} \\ &= 1.39 + 2.22 - 6.67 = -3.06 \text{ estato-volts.} \end{aligned}$$

La diferencia de potencial entre A y B es 3.23 estato-volts. *Resp.*

V_A es mayor que V_B. *Resp.*

Para llevar a 20 estato-coulombs desde el punto B al A, se necesitan $20(3.23) = 64.6$ ergs. *Resp.*

Capacitancia eléctrica. La cantidad que aumenta el potencial de un conductor aislado cuando se le agrega una carga, depende de la geometría del conductor. El cociente entre la carga y el potencial se llama *capacitancia eléctrica* del conductor. La capacitancia se llama también *capacidad*:

$$C = \frac{Q}{V}.$$

Dos conductores con la misma carga, pero de signo opuesto, y separados por un aislador, tienen una capacitancia combinada, mayor que cualquiera de ellos solo. La combinación se llama *condensador* o *capacitor*.

La capacitancia de una esfera conductora aislada, de radio r, sumergida en un medio de constante dieléctrica K, vale:

$$C = Kr.$$

La capacitancia de un condensador de placas planas y paralelas, formado por dos placas planas y paralelas de área A, separadas por un dieléctrico de espesor d y de constante dieléctrica K vale:

$$C = \frac{KA}{4\pi d}.$$

Las fórmulas que dan la capacitancia de otros tipos de capacitores se encuentran en tablas de ingeniería.

Combinación de condensadores en serie y en paralelo. Cuando los condensadores se conectan en paralelo (véase la Fig. 67)

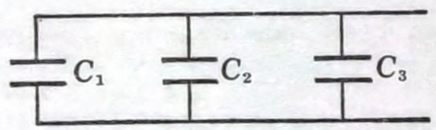


FIG. 67

la capacitancia C de la combinación vale, en función de las capacidades individuales, lo siguiente:

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \cdots \qquad \text{(En paralelo)}.$$

Cuando los condensadores se conectan en serie (véase la Fig. 68), la capacitancia de la combinación vale:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots \qquad \text{(En serie)}$$

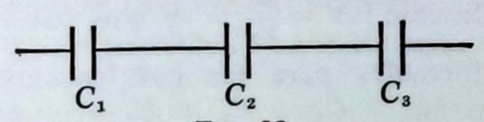


FIG. 68

Unidades de capacitancia. La capacitancia se expresa en estato-coulombs por estato-volts, o estato-farads.

$$9 \times 10^{11} \text{ estato-farads} = 1 \text{ farad}.$$

Los condensadores que se usan en los radios tienen capacitancia del orden de microfarads y aun de micromicrofarads.

Energía almacenada en un condensador. Evidentemente, se necesita trabajo para cargar un condensador, ya que hay que vencer una fuerza repulsiva sobre cada carga adicional conforme la carga del cuerpo se incrementa; de este modo, un condensador cargado almacena energía, expresable en varios modos, teniendo en cuenta las relaciones básicas entre carga, potencial y capacitancia $\left(C = \frac{Q}{V}\right)$. Llamando W a la energía:

$$W = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}.$$

Cuando se descarga un condensador, generalmente parte de su energía se libera en la forma de una chispa eléctrica.

PROCEDIMIENTO PARA RESOLVER PROBLEMAS

Los problemas se resuelven mejor considerando la naturaleza básica de los conceptos de *carga, potencial* y *capacitancia* que, por supuesto, están relacionadas por la ecuación:

$$C = \frac{Q}{V}$$

Si se incluye un condensador, debe saberse que su capacitancia se puede encontrar por alguna fórmula que puede suponerse sea la apropiada, como, por ejemplo, la del condensador de placas planas y paralelas $\left(C = \frac{KA}{4\pi d}\right)$ o la de una esfera aislada

($C = Kr$). Se supone, generalmente, que el potencial en un punto, a una distancia conocida de una carga puntual, se puede determinar fácilmente $\left(V = \frac{\Sigma q}{Kr} \right)$, y que son inmediatamente utilizables las fórmulas para las combinaciones entre los condensadores ($C = C_1 + C_2 + C_3 + \cdots$ en paralelo) y $\left(\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots \text{en serie} \right)$.

Aunque no puede negarse que las fórmulas están involucradas en la solución de problemas de electrostática, es conveniente reiterar que el procedimiento para resolver problemas no consiste sólo en memorizar fórmulas. El análisis debe consistir en razonar a partir de las definiciones básicas y de las relaciones que, por supuesto, son a menudo expresadas más concisamente en forma matemática. Si, como en mecánica, el estudiante está bastante familiarizado con el significado de las relaciones, encontrará poca dificultad en aplicarlas a los problemas. Sin duda, no debe esperar encontrar una lista de fórmulas entre las que esté la solución completa para cada problema concebible, sino que debe estar preparado para resolver el problema a partir de las relaciones básicas.

PROBLEMA

Una esfera aislada de 10 cm de radio, rodeada de aire, tiene un potencial de 500 estato-volts. ¿Cuánto vale su carga? Si entonces se comunica la esfera con otra esfera aislada de 5 cm de radio, conectándola rápidamente con un alambre delgado, ¿cuánto vale la carga final de cada esfera y cuánto el potencial final de cada una de ellas?

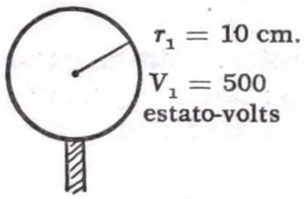


FIG. 69

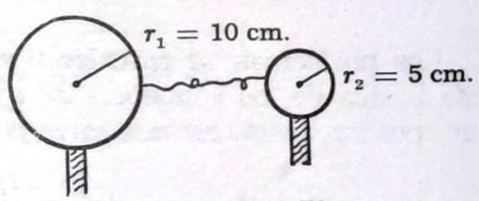


FIG. 70

SOLUCION

Parte 1. Dibujar un diagrama

$r_1 = 10$ cm.
$V_1 = 500$ estato-volts

Como $C = \frac{Q}{V}$

y puesto que $C = Kr$ para la esfera ($K = 1$, aproximadamente para el aire):

$$Q_1 = C_1 V_1 = Kr_1 V_1 = 10 \times 500 = 5\,000 \text{ estato-coulombs.} \qquad \textit{Resp.}$$

Parte 2

$r_1 = 10$ cm.
$r_2 = 5$ cm.

Cuando están en contacto, el potencial de las dos esferas es el mismo.

$$Q = 5\,000 \text{ estato-coulombs; } V_2 = \frac{Q}{C} \text{ donde } C = C_1 + C_2.$$

$$\therefore \quad V_2 = \frac{5\,000}{10 + 5} = \frac{5\,000}{15} = 333.3 \text{ estato-volts;}$$

entonces la carga de cada esfera pasa a valer:

$Q_1' = C_1 V_1 = 10(333.3) = 3\,333$ estato-coulombs. *Resp.*
$Q_2' = 5(333.3) = 1\,667$ estato-coulombs. *Resp.*

PROBLEMA

Un condensador de placas planas y paralelas, consiste de dos placas metálicas circulares de 5 cm de radio y separadas por 1 mm de aire. El condensador se carga con un potencial de 300 estato-volts mientras que está conectado en paralelo con otro condensador cargado con el mismo potencial (terminales positivas conectadas juntas, lo mismo que las negativas). Calcular la energía que debe liberarse si se descarga la combinación por medio de un corto circuito.

SOLUCION

Diagrama

Para un condensador de placas planas y paralelas:

$$C = \frac{KA}{4\pi d}.$$

$$\therefore \quad C_1 = \frac{\pi r^2}{4\pi d} = \frac{5^2}{4(0.1)} = \frac{25}{0.4} = 62.5 \text{ estato-farads.}$$

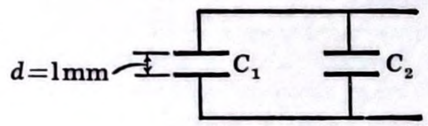


FIG. 71

Recordando que la energía almacenada de un condensador vale:

$$W = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C},$$

y escogiendo la segunda forma, ya que se conoce C y V:

$$W_1 = \frac{1}{2}C_1V_1^2 = \frac{1}{2}(62.5)(300)^2 = 31.25(90\,000) = 2\,820\,000 \text{ ergs.}$$

Pero la energía total es $W_1 + W_2 = 2W_1$.

$$\therefore \quad W = 2(2\,820\,000) = 5\,640\,000 \text{ ergs}$$
$$= 0.564 \text{ joules} \qquad \textit{Resp.}$$

PROBLEMAS: POTENCIAL Y CAPACITANCIA

1. Una carga puntual de $+100$ estato-coulombs está en el vacío. El punto A está 10 cm a la derecha de la carga y el punto B 20 cm a la izquierda. ¿Cuánto vale la diferencia de potencial entre los puntos A y B?
2. Una esfera metálica hueca, aislada, tiene 10 cm de radio. ¿Cuánto vale su capacitancia en estato-farads?
3. Una carga aislada de $+1\,200$ estato-coulombs está en el vacío lo mismo que los puntos A y B. El punto A está a 10 cm de la carga y el B a 15 cm. (a) Calcular el potencial absoluto en A. (b) Calcular la diferencia de potencial entre los puntos A y B. (c) Calcular el trabajo necesario para mover una carga de $+4$ estato-coulombs desde el punto B hasta el punto A. (d) Si la carga de $+4$ estato-coulombs se mueve del punto A hasta el punto B, ¿cuánto será el cambio de su energía potencial?
4. Una esfera aislada conductora tiene 8 cm de radio y se encuentra en el aire. Si se carga hasta que contenga 64 estato-coulombs, (a) ¿cuánto vale la capacitancia de la esfera?; (b) ¿cuánto vale su potencial absoluto?; (c) ¿cuánto vale la energía necesaria para cargarla?
5. Dos cargas puntuales aisladas de $+1\,200$ estato-coulombs y de -400 estato-coulombs están, en el aire, a la distancia de 20 cm. Calcular: (a) El potencial absoluto en un punto P colocado entre las cargas. (b) La diferencia de potencial entre ese punto y otro punto Q colocado en la línea que une las cargas y a 5 cm de la carga de -400 e.c. (c) El trabajo necesario para llevar una carga de $+2$ estato-coulombs desde el punto Q hasta el punto P. (d) El cambio de energía potencial de una carga de $+2$ estato-coulombs cuando se mueve del punto P hasta el punto Q. (e) La magnitud de la fuerza atractiva entre las dos cargas puntuales.
6. Dos pequeñas esferas metálicas A y B tienen, respectivamente, un radio de 5 y de 10 cm. La esfera A está cargada con $+100$ e.c. y la esfera B con $+400$ e.c. Estando cargadas, se conectan entre sí por medio de un alambre largo y delgado. (a) Antes de conectarlas, ¿cuál era el potencial absoluto de la esfera B? (b) después de conectadas, ¿cuánto vale la capacitancia total de la combinación?, (c) ¿cuánto vale el potencial absoluto de cada una de las esferas y (d) cuánto vale la energía almacenada en las esferas combinadas?
7. Un condensador sencillo está hecho de dos placas de latón, cada una de 20 cm² y colocadas a 0.2 cm de distancia, con aire entre ellas. ¿Cuánto vale su capacitancia?
8. Dos condensadores están en paralelo; cada uno consiste de dos placas metálicas de 20 cm² y separadas 0.2 cm. Uno de ellos tiene aire entre las placas y el otro una lámina de vidrio cuya constante dieléctrica vale 5. Determinar: (a) La capacitancia de cada condensador. (b) La capacitancia total del conjunto. (c) Si la diferencia de potencial entre las placas del condensador de aire es de 2 estato-volts. ¿Cuál es la magnitud de su carga?; (d) ¿la carga total de la combinación de los dos condensadores?
9. Dos condensadores, cada uno con una capacitancia de 4 estato-farads, se conectan en serie con un circuito conectado a una batería que produce una diferencia de potencial de 2 estato-volts en las terminales de la combinación. Calcular: (a) La capacitancia combinada. (b) El valor de la carga en las placas de los condensadores. (c) La diferencia de potencial entre las placas de uno de los condensadores.
10. Una esfera metálica aislada, tiene 4 cm de radio. Se carga hasta que su potencial absoluto es de 1.2 estato-volts. Calcular: (a) La capacitancia de la esfera. (b) La carga de la esfera. (c) La energía necesaria para cargarla. (d) Si la esfera se conecta con un alambre delgado a una esfera descargada de 2 cm de radio, ¿cuál es la carga total de las dos esferas? (e) Después de conectarlas, ¿cuál será la diferencia de potencial entre las dos esferas?
11. Una esfera de 20 cm de radio se carga hasta que su potencial sea de 2 000 estato-volts. (a) ¿Cuánta es la capacitancia de la esfera? (b) ¿Qué carga adquiere? (c) ¿Cuánto vale el trabajo suministrado para cargar la esfera? (d) A 100 cm en el aire, ¿cuánto vale la intensidad del campo debida a la carga de la esfera?
12. Calcular el potencial en el centro de un cubo de 1 cm de arista, si existen en cada uno de los ocho vértices cargas de $+100$ estato-coulombs.
13. Si, en el problema anterior, las cargas de los vértices, se sustituyen por cargas de -100 estato-coulombs, ¿cuánto vale el potencial en el centro del cubo?
14. Dos condensadores, de 5 y 8 farads, respectivamente, se conectan en serie. Calcular la capacitancia de la combinación.

Capítulo 13

CORRIENTE ELECTRICA

Ciertas sustancias, especialmente los metales, son mejores conductores de la electricidad que otras; si se proporciona un camino conductor entre dos puntos a diferente potencial, la carga debe moverse (fluir). La *corriente* se define como el flujo de las cargas, y la *intensidad de la corriente* (I) como la rapidez con que fluye la carga, es decir:

$$I = \frac{Q}{t}.$$

La dirección de la corriente es convencional. Como el concepto de carga positiva es básico en la terminología eléctrica, la dirección convencional de la corriente es de positivo $\oplus$ a negativo $\ominus$ en un conductor sencillo, esto es, aquel que no incluya alguna fuente de elevación de potencial, tal como una batería. Por otro lado, es bien sabido que la corriente en los conductores metálicos consiste en un flujo de electrones; éstos, son partículas cargadas negativamente, por lo que fluyen en dirección opuesta a las cargas positivas, es decir, de negativo $\ominus$ a positivo $\oplus$. Se supone que el flujo de cargas positivas en un sentido es equivalente al flujo de cargas negativas (electrones) en sentido opuesto.

La función de la batería es producir y mantener la diferencia de potencial necesaria para llevar las cargas en un circuito consistente de la batería y de un camino conductor externo, que ofrezca resistencia al flujo. Una situación análoga, es la de una bomba hidráulica conectada a un circuito cerrado de tubos por los que pasa un fluido como resultado del empuje de la bomba. Eléctricamente, la batería suministra *fuerza electromotriz* (E), por medio de reacciones químicas o por medio de algún otro método de conversión de energía desde alguna forma hasta energía eléctrica; en cambio el circuito exhibe *resistencia*

externa (R_0), así como también *resistencia interna de la batería* (b).

La *ley de Ohm* dice, que en un circuito en serie como el de la Fig. 72:

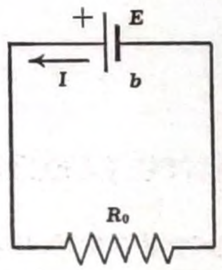


FIG. 72

$$I = \frac{E}{R_0 + b}.$$

La unidad práctica de corriente es el *ampere* (o *amperio*); la unidad práctica de fuerza electromotriz es el *volt* (o *voltio*); (un estato-volt = 300 volts); y la unidad práctica de resistencia es el *ohm* (u *ohmio*).

Efectos de la corriente eléctrica. Casi todo lo que se sabe con relación a la corriente eléctrica se debe a una evidencia indirecta, puesto que las cargas en movimiento no son capaces de una percepción sensorial directa. Principalmente, tres efectos o fenómenos han contribuido a obtener la mayoría de la información acumulada con respecto a la corriente eléctrica; éstos son (1) el efecto térmico, (2) el efecto químico y (3) el efecto magnético. Los trataremos sucesivamente a continuación.

Efecto térmico de la corriente. Joule descubrió que el desprendimiento de calor por unidad de tiempo, es directamente proporcional a la segunda potencia de la intensidad de la corriente, es decir:

$$\frac{Q}{t} \sim I^2; \text{ o sea } \frac{Q}{t} = RI^2,$$

donde R (la resistencia) es el factor de proporcionalidad. Recuérdese que el calor Q es una forma de energía y que JQ (J = el equivalente mecánico del calor = 4.18 joules/cal) expresa al calor en unidades de energía mecánica, esto es, en joules. Por tanto,

$$\therefore \frac{JQ}{t} = \frac{W}{t} = RI^2 = P \text{ (watts, o joules/seg)},$$

donde P representa la disipación de potencia. Las ecuaciones anteriores constituyen la *ley de Joule*.

Por otro lado Ohm descubrió (como ya se ha hecho notar) que la intensidad I de la corriente en un circuito sencillo en serie, consistente de una batería de fuerza electromotriz E y de un conductor externo que ofrece oposición al flujo (resistencia R_0), está dada por la siguiente expresión:

$$I = \frac{E}{R} = \frac{E}{R_0 + b},$$

donde R es la resistencia total del circuito, incluyendo la resistencia externa R_0 y la resistencia interna de la batería b.

Aplicada a una porción de un circuito sin fuerza electromotriz (tal como una batería) la *ley de Ohm* dice que la intensidad de la corriente vale:

$$I = \frac{V}{R},$$

donde V es la diferencia, o caída, de potencial a través del resistor R.

Concepto de resistencia. El concepto de resistencia es, por consiguiente, común tanto a la ley de Joule como a la de Ohm. En la primera se sugiere una característica de un conductor dado, en virtud de la cual se genera calor mientras pasa corriente; en la segunda se indica que un conductor eléctrico dado se opone a la corriente, es decir, al flujo de cargas. En ambos casos se sugiere una característica física de la materia. Se ha encontrado también que la resistencia de un conductor es directamente proporcional a su longitud L, e inversamente proporcional al área A de su sección recta; también depende del material de que está hecho el conductor. Por lo tanto:

$$R = k\frac{L}{A},$$

donde k se llama la resistencia específica o la resistividad del material, esto es, la resistencia de un material dado de la unidad de longitud y de la unidad de área de la sección recta.

Se ha encontrado también que la resistencia depende de la temperatura del modo siguiente:

$$R = R_0(1 + \alpha t) \therefore \alpha = \frac{R - R_0}{R_0 t},$$

siendo R_0 la resistencia a 0°C y α el coeficiente de temperatura del resistor.

Los resistores combinados como en la Fig. 73, se dice que están conectados *en serie*. En este caso:

$$R = R_1 + R_2 + R_3 \qquad (\textit{en serie}).$$

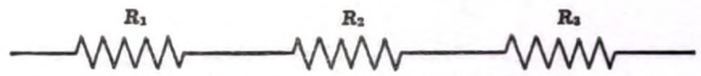


FIG. 73

Los resistores combinados como en la Fig. 74, se dice que están conectados en *paralelo*. En este caso:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad (\textit{en paralelo}).$$

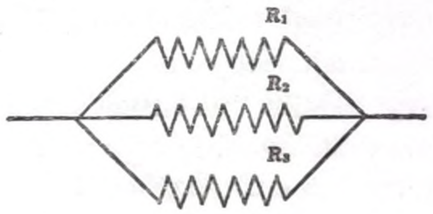


FIG. 74

La unidad práctica de resistencia es el *ohm* (u *ohmio*), que es la resistencia que presenta una columna de mercurio líquido de 106.30 cm de largo, con la sección recta constante de un milímetro cuadrado, cuando se mantiene a la temperatura del hielo en fusión (0°C).

Efectos químicos de la corriente. Ciertas soluciones químicas son capaces de transportar cargas eléctricas, esto es, de llevar una corriente; cuando se conecta una batería a dos electrodos sumergidos en la solución, estas soluciones se llaman *electrólitos*. Estos contienen *iones* positivos y negativos, los cuales son pequeñas partículas que transportan la carga. El electrodo conectado a la terminal *positiva* de la batería se llama *ánodo*, y es el electrodo en donde la corriente se dice que *entra* al electrólito. El electrodo conectado a la terminal *negativa* de la batería se llama *cátodo*, y es el electrodo en donde se dice que la corriente *sale* del electrólito. El ion negativo se llama *anión* porque es llevado hacia el ánodo, el ion positivo se llama *catión* porque es llevado hacia el cátodo

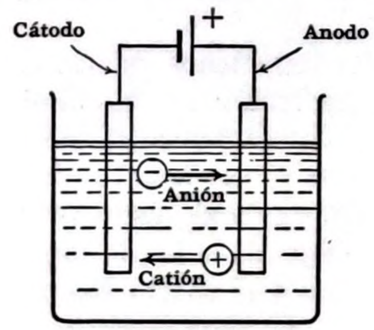


FIG. 75

Las sustancias metálicas en solución y el hidrógeno, como tienen valencias positivas, forman iones positivos; los metaloides y los radicales ácidos, como tienen valencias negativas, forman iones negativos. De este modo los iones metálicos son atraídos por el cátodo de una celda electrolítica, donde sus cargas se neutralizan y se recogen: ésta es la base de la galvanoplastia.

Ley de Faraday de la electrólisis. Faraday descubrió que la masa depositada en el cátodo depende de la intensidad I de la corriente, del llamado equivalente electroquímico Z y del tiempo t. Así:

$$M = ZIt = ZQ,$$

donde $Q = It$.

$$\text{Además } Z = \frac{\text{peso atómico}}{\text{valencia} \times 96\,540}.$$

En otras palabras, 96 540 coulombs, aproximadamente, de carga eléctrica deben depositar un equivalente gramo de cualquier sustancia en el cátodo, mientras una cantidad igual pasa a la solución en el ánodo.

$$96\,540 \text{ coulombs} = 1 \text{ farad}.$$

El ampere internacional. El efecto químico de la corriente suministra la unidad legal de corriente: un *ampere* es la corrien-

te invariable que en un segundo debe depositar 0.001118 gramos de plata de una solución de plata. Así, legalmente, el coulomb es un ampere segundo.

Aplicando la ley de Ohm, se tiene que un *volt* legal es solamente el producto de un *ampere* por un *ohm*.

PROCEDIMIENTO PARA RESOLVER PROBLEMAS

Los problemas en fenómenos relacionados con la corriente eléctrica se dirigen, generalmente, hacia el análisis de circuitos eléctricos, determinando la intensidad de la corriente *en*, la diferencia de potencial *entre* y la resistencia *de* las diversas porciones de un circuito. Por consiguiente, estos problemas incluyen aplicaciones de la ley de Ohm, de la ley de Joule, y los conceptos asociados con la resistencia y la fuerza electromotriz.

Como en el caso de los problemas de mecánica, hay un acceso lógico en los problemas de circuitos; muchas de las etapas ya son familiares al estudiante que ha seguido hasta aquí este libro.

En primer lugar, *siempre* debe dibujarse un diagrama de la situación; usualmente, esto significa un diagrama del circuito. Indicar cada componente del circuito, incluyendo tanto las incógnitas como las magnitudes conocidas, especificando aquello que debe determinarse. Un problema típico, comprendiendo un circuito, se indica en la Fig. 76; el problema consiste en determinar I, V_{AB}, I_3 y V_{CA}.

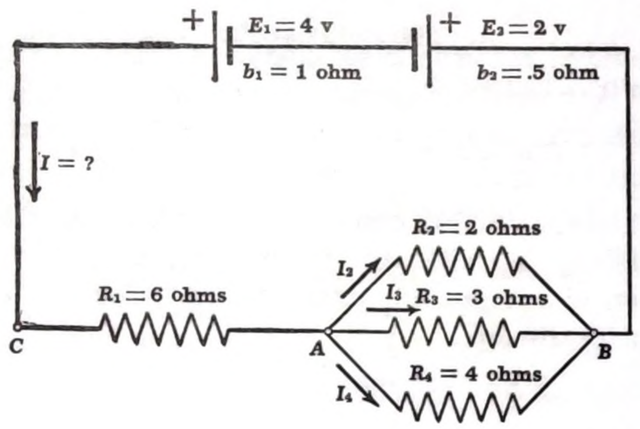


FIG. 76

La siguiente etapa es considerar las posibles combinaciones de la fuerza electromotriz y las posibles combinaciones de resistencia, esperando que el circuito pueda simplificarse y sea posible aplicar la ley de Ohm.

En el ejemplo anterior, es claro que las dos baterías están en serie, por lo que la fuerza electromotriz resultante es igual a la suma *algebraica* de los dos componentes:

$$E = E_1 + E_2 = 4 - 2 = 2 \text{ volts.}$$

(Nótese que E_2 es negativa con respecto a E_1, porque las baterías se oponen una a la otra.) Además, la batería equivalente tiene una resistencia:

$$b = b_1 + b_2 = 1 + 0.5 = 1.5 \text{ ohms.}$$

Es también evidente que las tres resistencias R_2, R_3 y R_4, están combinadas en paralelo, por lo que la resistencia combinada vale:

$$\frac{1}{R_x} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}$$
$$= \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{4}$$
$$= 0.50 + 0.33 + 0.25 = 1.08.$$
$$\therefore R_x = \frac{1}{1.08} = 0.93 \text{ ohms.}$$

Por otra parte, esta resistencia R_x equivalente está en serie con R_1; por lo tanto, la resistencia externa del circuito vale:

$$R_0 = R_1 + R_x = 6 + 0.93 = 6.93 \text{ ohms.}$$

El circuito entero, entonces, puede reemplazarse por el circuito sencillo equivalente de la Fig. 77.

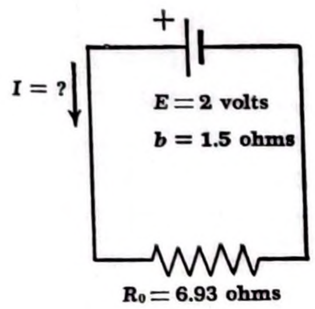


FIG. 77

Ahora la tercera etapa consistirá en aplicar la ley de Ohm a este circuito sencillo:

$$I = \frac{E}{R_0 + b} = \frac{2}{6.93 + 1.50}$$
$$= \frac{2}{8.43} \quad = 0.24 \text{ amperes.} \qquad \textit{Resp.}$$

La cuarta etapa es considerar la caída de potencial a través de varias partes del circuito, aplicando nuevamente la ley de Ohm. Entre los puntos C y A, pasando por R_1:

$$V_{CA} = IR_1 = 0.24(6) = 1.44 \text{ volts.} \qquad \textit{Resp.}$$

También:

$$V_{AB} = IR_x = 0.24(0.93) = 0.22 \text{ volts.} \qquad \textit{Resp.}$$

Aplicando nuevamente la ley de Ohm, la corriente I_3 vale:

$$I = \frac{V}{R}. \quad \therefore \; I_3 = \frac{V_{AB}}{R_3} = \frac{0.22}{3} = 0.073 \text{ amp.} \qquad \textit{Resp.}$$

Además de los resultados anteriores, la caída de potencial a través de todo el circuito externo puede encontrarse con la ley de Ohm:

$$V_{CB} = IR_0 = 0.24(6.93) = 1.66 \text{ volts.}$$

La caída de potencial V_{CB} no es solamente la caída de potencial a través de la resistencia externa R_0, es también la caída de potencial a través de la batería. Por la ley de Ohm:

$$I = \frac{E}{R_0 + b}.$$
$$\therefore \quad IR_0 + Ib = E$$

o
$$V + Ib = E.$$
$$\therefore \quad V = E - Ib.$$

Sustituyendo valores:

$$V = 2 - (0.24)(1.5)$$
$$= 2 - 0.36 = 1.64^{+} \text{ volts,}$$

que, dentro de la precisión de los cálculos, es igual a la caída de potencial V_{CB} calculada anteriormente.

PROBLEMA

Comparar el costo de operación de tres lámparas en serie y en paralelo, en un circuito de 115 volts, si cada lámpara tiene una resistencia de 100 ohms. ¿Cuánto vale el consumo de potencia y cuántas calorías se desprenden en cada caso, durante el periodo de una hora?

SOLUCION

Dibújese un diagrama para cada caso (el símbolo ω generalmente sirve para indicar "ohms").

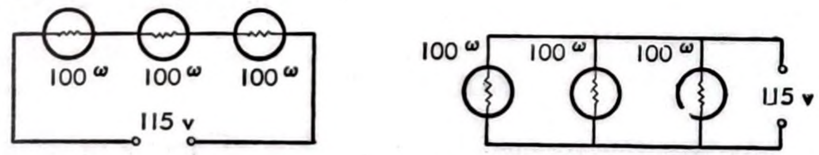


FIG. 78

Por la ley de Joule: $P = \frac{JQ}{t} = I^2R.$

Pero $IR = V.$ $\therefore P = I \times IR = IV,$ **donde** $I = \frac{V}{R}$ **(ley de Ohm).**

En serie

$R = R_1 + R_2 + R_3 = 100 + 100 + 100 = 300$ ohms.

$\therefore \; I = {}^{115}\!/_{300} = .383$ amp.,

$P = IV = .383(115) = 44.0$ watts. *Resp.*

En paralelo

$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{3}{100}.$

$\therefore \; R = 33.3$ ohms.

$I = \frac{115}{33.3} = 3.45$ amp.

$P = 3.45(115) = 397.0$ watts. *Resp.*

$\therefore \; \frac{\text{Potencia (paralelo)}}{\text{Potencia(serie)}} = \frac{397}{44.0} = 9$ veces. *Resp.*

El calor desprendido vale $JQ = I^2Rt, \; \therefore Q = \frac{I^2RT}{J}.$

En serie

$$Q = \frac{(.383)^2(300)(3600)}{4.18}$$
$$= \frac{.147 \times 3 \times 3.6 \times 10^5}{4.18}$$
$$= .380 \times 10^5 = 38\,000 \text{ cal.} \qquad \textit{Resp.}$$

En paralelo

$$Q = \frac{(3.45)^2(33.3)(3600)}{4.18}$$
$$= \frac{11.9 \times 3.33 \times 3.6 \times 10^4}{4.18}$$
$$= 34.1 \times 10^4 = 341\,000 \text{ cal.} \quad \textit{Resp.}$$

PROBLEMA

Calcular el tiempo que tardará en platearse una cuchara con 2.00 g de plata, si la corriente en el baño electrolítico se mantiene a 5 amperes.

SOLUCION

Este problema, evidentemente, es una aplicación directa de la ley de Faraday de la electrólisis:

$$M = ZIt,$$

donde Z para la plata, buscándola en un manual, se encuentra que vale 0.001118 g/coulomb, por tanto, $2.00 = 0.001118(5)t$.

$$\therefore \quad t = \frac{2.00}{0.005590} = 357.7 \text{ seg} = 5.96 \text{ min.} \qquad \textit{Resp.}$$

PROBLEMA

La resistencia total de un alambre devanado como reóstato vale cuando está "frío" 300 ohms. Al utilizarlo en un experimento sube su temperatura hasta 50°C más arriba que cuando estaba frío. Calcular la corriente que pasa por el reóstato cuando está frío y cuando está caliente, si se conecta a una línea de 100 volts; comparar las intensidades de la corriente.

SOLUCION

Este problema se identifica como referente a una combinación de la ley de Ohm y de la dependencia de la resistencia con la temperatura.

$$I = \frac{V}{R} \text{ (ley de Ohm).}$$

Pero $R = R_0(1 + \alpha t)$; en los metales α vale aproximadamente 0.0038/°C. Cuando el reóstato está frío, $R_1 = 300$ ohms.

$$\therefore \quad I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{100}{300} = 0.333 \text{ amp.} \qquad \textit{Resp.}$$

Cuando el reóstato está caliente, $R_2 = 300[1 + .0038(50)]$
o $R_2 - 300 = 300(.0038)(50)$
$= 3 \times 3.8 \times 5 \times 10^0 = 57.$
$\therefore \quad R_2 = 357.$ *Resp.*

Además $I_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{100}{357} = 0.280$ amp.

Por lo que: $I_2 = \frac{0.280}{0.333} I_1 = 0.84\, I$ (aproximadamente). *Resp.*

Puente de Wheatstone. Uno de los más famosos circuitos eléctricos de la Física es el llamado puente de Wheatstone, que ofrece un método para medir resistencias sirviéndose de los conceptos de la caída de potencial y de las corrientes divididas. Si se arregla un circuito como en la Fig. 79, debe notarse que en el

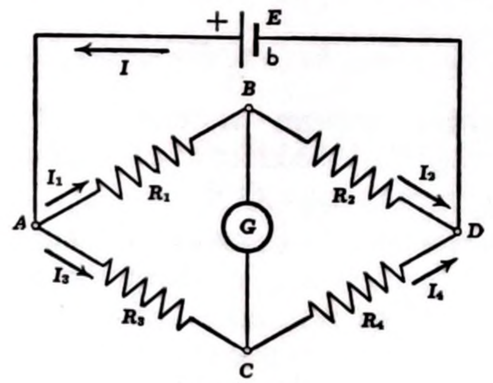


FIG. 79

nudo A, la corriente I se divide en dos ramales, I_1 e I_3. Análogamente, en D, las corrientes I_2 e I_4 se unen para obtener I. Además, si el punto C está al mismo potencial que el punto B, el galvanómetro G no registrará corriente; entonces:

$$I_1 = I_2 \text{ e } I_3 = I_4$$

también: $V_{AB} = V_{AC}$; mientras $V_{BD} = V_{CD}$.

Pero $V_{AB} = I_1R_1$; $V_{AC} = I_3R_3$; $V_{BD} = I_2R_2$ y $V_{CD} = I_4R_4$.

$$\therefore \quad I_1R_1 = I_3R_3$$
$$\text{y} \quad I_2R_2 = I_4R_4;$$

cuando $R_1 = \frac{R_3}{R_4}R_2$, el galvanómetro registra cero.

Puesto que sólo se necesita la relación R_3/R_4, mejor que los valores reales de R_3 y R_4, las resistencias R_3 y R_4 pueden reemplazarse en el circuito por un solo alambre, como se indica en la Fig. 80.

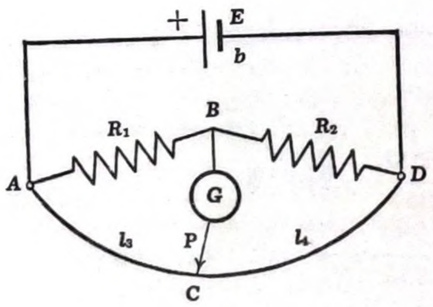


FIG. 80

Para usar el puente de Wheatstone, el cursor P se desliza por el alambre hasta localizar el punto C, en donde el galvanómetro G marque cero; entonces:

$$R_1 = \frac{l_3}{l_4} R_2.$$

Así, la resistencia de un resistor "desconocido" R_1, se determina en función de dos longitudes medibles l_3 y l_4 y de un resistor patrón de laboratorio cuya resistencia es R_2.

Posibilidades relativas a los problemas. Aunque el puente de Wheatstone es un instrumento de laboratorio que sirve para determinar el valor de una resistencia desconocida comparándola con una resistencia patrón, puede servir para ilustrar las aplicaciones de la ley de Ohm en los problemas de clase. Sirviéndose del primero de los dos diagramas, los estudiantes pueden determinar I_2, si I_1 se conoce en un puente "equilibrado", o determinar el valor de la caída de potencial V_{AB} si se conoce la corriente I_1, o la caída de potencial entre los puntos B y C, si el puente está equilibrado, etc.

PROBLEMAS: CORRIENTE ELECTRICA

1. La diferencia de potencial entre los puntos A y B es de 2 volts; la corriente entre A y B es de 0.4 ampere. ¿Cuánto vale la resistencia?
2. La diferencia de potencial entre los extremos de un resistor de 20 ohms es de 5 volts. ¿Cuánto vale la corriente que pasa por la resistencia?
3. Dos resistencias de 5 y de 10 ohms están en serie, siendo la corriente en el resistor de 5 ohms de ½ ampere. ¿Cuál es la diferencia de potencial entre los extremos de la resistencia de 10 ohms?
4. Una corriente constante de 0.25 ampere se establece en un conductor de 120 ohms. Calcular la diferencia de potencial entre los extremos del conductor.

5. Una pila seca, cuya F.E.M. es de 1.5 volts y su resistencia interna de 0.2 ohm, está en serie con una resistencia de 4.8 ohms. Calcular cuánto vale la corriente en el circuito.
6. La corriente que pasa por un alambre se mantiene a 5 amperes durante 50 seg. Encontrar la carga total que pasa durante este intervalo.
7. Un circuito lleva la corriente de 15 amperes a través de un resistor de 5 ohms. Calcular la diferencia de potencial entre las terminales del resistor.
8. Un resistor de 5 ohms lleva una corriente de 10 amperes durante 6 seg. Calcular el calor desprendido, en watts, por el resistor.
9. La resistividad de un metal vale 2.5×10^{-6} ohm cm. Calcular el largo que debe tener un alambre de 0.01 cm^2 de sección recta, para que su resistencia sea de 5 ohms.
10. El equivalente electroquímico de la plata es de 0.001118 g/coulomb. Calcular cuántos gramos se depositarán cuando una corriente de 2 amperes pasa por una solución de nitrato de plata durante 120 seg.
11. Un resistor de 10 ohms lleva una corriente de 5 amperes. Calcular la energía en joules, que se disipará como calor durante un lapso de 6 seg.
12. La corriente que pasa por una lámpara cuya resistencia es de 300 ohms, es de 0.4 ampere. ¿Cuánto vale la potencia clasificada de la lámpara en watts?
13. Una batería, cuya F.E.M. es de 4.8 volts y su resistencia interna de 0.3 ohm, entrega 2.4 amp a un circuito exterior. ¿Cuánto vale la resistencia de este circuito?
14. La F.E.M. de una batería es de 7.5 volts en circuito abierto. La caída de potencial a través de sus terminales es de 7.2 volts cuando suministra 3 amp a la resistencia externa. Calcular: (a) La resistencia interna de la batería. (b) La resistencia externa del circuito. (c) La pérdida de potencia en la batería. (d) La potencia gastada en el circuito externo.
15. Cuatro resistencias iguales están en serie. La diferencia de potencial entre las terminales de la combinación es de 10 volts y la corriente en los reóforos es de 0.5 amp. Calcular: (a) La corriente de cada resistencia. (b) La caída de potencial a través de cada resistencia. (c) ¿Cuánto vale cada una de las resistencias? (d) ¿Cuánto el valor de la resistencia de la combinación?
16. Un acumulador suministra 2 amperes, durante 50 hr, a un resistor. Calcular la energía total suministrada durante este tiempo al resistor, si la diferencia de potencial aplicada al mismo es de 6.0 volts.
17. Una pila seca, F.E.M. = 1.5 volts, resistencia interna = 0.1 ohm, se conecta a una resistencia externa $R = 0.4$ ohm. Calcular: (a) la corriente que pasa por ella. (b) La corriente que pasa por la pila. (c) La diferencia de potencial a través de R. (d) La diferencia de potencial entre las terminales de la pila. (e) El trabajo dado por la pila cuando envía 1 coulomb alrededor de todo el circuito. (f) La potencia en watts disipada como calor por el resistor. (g) La potencia en watts disipada como calor dentro de la pila.
18. Dos resistencias de 10 ohms cada una, disipan 600 watts cada una cuando se conectan en serie a un generador. Calcular la potencia

disipada por cada resistor cuando están conectadas en paralelo con el generador. (Se supone que la diferencia de potencial entre las terminales del generador es la misma en cada caso.)

19. Un acumulador, F.E.M. = 6.0 volts, resistencia interna = 0.01 ohm, se conecta a una resistencia externa $R = 0.01$ ohm. Calcular: (a) La corriente en el acumulador. (b) La diferencia de potencial a través de R. (c) La diferencia de potencial entre las terminales del acumulador. (d) El trabajo suministrado por la batería cuando envía 10 coulombs alrededor del circuito. (e) El calor disipado por el resistor, en watts. (f) Si se desconecta el resistor, ¿cuál es la diferencia de potencial entre las terminales del acumulador? (g) ¿Cuál es la corriente en el acumulador cuando el resistor está desconectado?
20. Calcular cuánto cuesta mantener encendida durante 10 hr una lámpara de 1 000 watts, si la energía eléctrica cuesta 5 centavos de dólar por kilowatt-hora.
21. Un circuito consiste de una batería, fuerza electromotriz $E = 24$ volts, resistencia interna $b = 2$ ohms, conectada en serie con una combinación de resistencias en paralelo formada por tres resistores de 9 ohms. ¿Cuánto vale la corriente en cada uno de los resistores?
22. Un grupo de lámparas eléctricas para árboles de navidad, consiste de 7 lámparas conectadas en paralelo y diseñadas para conectarlas a la línea de 115 volts; cada lámpara está clasificada como de 15 watts. Calcular: (a) La corriente que pasa por cada una. (b) La corriente que pasa por la combinación. (c) La resistencia de cada lámpara.
23. En una quinta, uno de los circuitos eléctricos tiene en paralelo cuatro lámparas de 60 watts, dos de 100, y un enchufe en donde está conectado un aparato que consume 5 amperes. El circuito está conectado a una línea de 115 volts. La energía eléctrica cuesta 0.08 dólares por kilowatt-hora. Calcular cuánto cuesta operar este circuito durante 12 hr.
24. Refiriéndose al problema anterior, calcular: (a) La caída de potencial a través del aparato, (b) la corriente que consume el circuito, (c) la corriente en cada lámpara de 100 watts, (d) la resistencia de cada lámpara de 60 watts cuando está caliente.
25. Una pila tiene una F.E.M. de 1.6 volts y una resistencia interna de 0.2 ohm. Si se conecta a un resistor de 15.8 ohms, ¿cuánto vale la caída de potencial a través de la misma batería?
26. Tres resistores de 3, 4 y 6 ohms están conectados en paralelo y conectados en serie con un resistor de 0.67 ohm, una batería con F.E.M. de 6 volts y una resistencia interna de 1 ohm. Calcular: (a) la caída de potencial a través de la combinación de resistores, (b) la corriente en el resistor de 4 ohms.
27. Calcular el tiempo que deben tardar en depositarse 0.5 g de cobre, en el cátodo de una cuba electrolítica, cuando la intensidad de la corriente sea de 5 amperes. El equivalente electroquímico del cobre vale 0.00033.
28. Una fuerza electromotriz de 0.01 volt, debida a un par termoeléctrico, pasa por una barra de cobre de 10 cm de largo y de 1 cm^2 de sección recta. Calcular el calor que se desprende de la barra en 10 min. La resistividad del cobre es de 1.7×10^{-6} ohms cm.

29. Un calentador eléctrico de inmersión, que consume 5 amperes, se hace funcionar durante 20 min dentro de 2 000 g de agua, inicialmente a 19°C, contenidos en un depósito térmicamente aislado. La resistencia del calentador es de 4 ohms. ¿Qué elevación de temperatura sufrirá el agua?
30. Dos baterías, cuyas F.E.M. son 12 y 6 volts y sus resistencias internas valen 1 y 0.5 ohms, respectivamente, están conectadas en oposición y en serie con un circuito dividido en dos ramas *a* y *b*. La corriente en las baterías es de 3 amp, mientras que la corriente en *a* es de 2 amp. Calcular la caída de potencial a través de *b* y las resistencias de *a* y de *b*.

Capítulo 14

MAGNETISMO Y EFECTOS MAGNETICOS DE LA CORRIENTE ELECTRICA

Antes de estudiar los efectos magnéticos de la corriente eléctrica conviene considerar los conceptos del magnetismo. Una barra imantada exhibe la propiedad de atraer partículas de hierro, como las limaduras de hierro, y la propiedad de orientarse por sí misma en dirección norte-sur cuando se cuelga de una cuerda amarrada en su centro, como se ve en la Fig. 81. Estos efectos, llamados magnéticos, se atribuyen a los denominados polos magnéticos, localizados cerca de los extremos del imán, uno llamado polo norte y el otro polo sur. Estos polos obedecen a la ley de Coulomb magnética, cuya forma es idéntica a la de la ley de Coulomb de las cargas eléctricas.

Ley de Coulomb del magnetismo. (a) Polos semejantes se rechazan y polos diferentes se atraen. (b) La fuerza entre los polos magnéticos es directamente proporcional al producto de sus intensidades e inversamente proporcional a la segunda potencia de la distancia que los separa. También depende del medio existente entre los polos:

$$F = \frac{mm'}{\mu r^2};$$

m y m' representan las intensidades de los polos, r la distancia entre ellos y μ la permeabilidad magnética del medio.

Como en el caso de la ley de Coulomb electrostática, una unidad de polo ficticia se define en términos de la ley de Coulomb magnética: *la unidad e intensidad de polo* es aquella que a 1 cm de distancia de otra igual en el vacío, la rechaza con la fuerza de 1 dina.

Intensidad del campo magnético. La fuerza que recibe un polo norte unitario colocado en un punto, se llama la *intensidad*

del campo magnético H en dicho punto; H es una magnitud vectorial, como su equivalente en electrostática, la intensidad del campo eléctrico E:

$$H = \frac{m}{\mu r^2}$$

a una distancia r de un polo de intensidad m, en un medio cuya permeabilidad es μ, el valor de H está dado por la fórmula anterior. Las unidades de H son dinas por unidad de polo u *oersteds*.

Momento magnético. El de una barra imán cuyos polos tienen una intensidad m y su longitud es L, vale:

$$M = mL,$$

donde M es el *momento magnético*.

Líneas magnéticas de fuerza. Como en electrostática, el concepto de líneas de fuerza sirve para representar gráficamente la distribución de la intensidad del campo cerca de un imán, o en general en cualquier campo magnético. Convencionalmente, el sentido de las líneas es aquel en que se movería un hipotético polo norte unitario con libertad de movimiento, y con un número por centímetro cuadrado igual a la intensidad del campo en oersteds o dinas por unidad de polo, en cada punto del campo. Las líneas de fuerza de una barra imán quedan como se ve en la Fig. 82; en cualquier punto de campo, tal como P, el número de líneas atravesando perpendicularmente una área de un centímetro cuadrado, indica la intensidad del campo en ese punto, medida en oersteds.

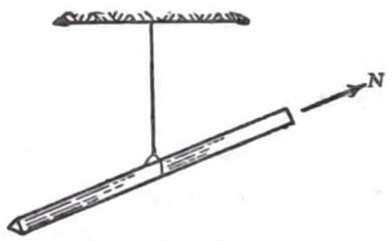


FIG. 81

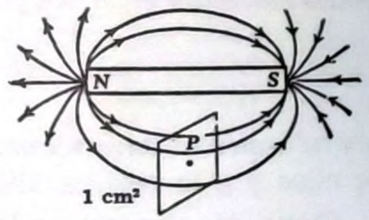


FIG. 82

Inducción magnética. Si en lugar de dibujar las líneas de acuerdo con los valores de H, se dibujan de acuerdo con los valores de μH, se notará que estas líneas son continuas, es decir, no solamente salen del polo norte y se extienden en el aire hasta llegar al polo sur, sino que deben imaginarse pasando

también dentro del imán desde el polo sur al polo norte: estas líneas se llaman líneas de flujo y el número de ellas por centímetro cuadrado en un punto dado, se llama densidad de flujo B en dicho punto. La relación entre B y H es la permeabilidad μ:

$$\mu = \frac{B}{H}.$$

B se expresa en líneas de flujo por centímetro cuadrado o en gauss.

Una sustancia tal como el hierro, cuando se coloca en un campo magnético H, se imanta de tal manera que presenta más líneas de flujo por unidad de área que las que había en ausencia del hierro: se dice, en estas circunstancias, que el magnetismo se ha *inducido*. Una sustancia se llama *paramagnética* cuando concentra las líneas de flujo magnético y *diamagnética* cuando las dispersa. El hierro, el cobalto y el níquel son sumamente paramagnéticos, por lo que se les llama *ferromagnéticos*.

La relación entre la intensidad polar inducida y el área de la sección recta del imán (o el polo magnético por unidad de volumen) se llama intensidad de imantación o de magnetización I:

$$I = \frac{m}{a}; \text{ y } B = \mu H = H + 4\pi I.$$

Magnetismo terrestre. Se supone que la Tierra es un gran imán esférico con dos polos, uno cerca de la Bahía de Hudson en Canadá y el otro en la Antártica; como estos polos no coinciden con los polos geográficos, en cada lugar de la Tierra el ángulo entre el meridiano magnético y el meridiano geográfico se llama *ángulo de declinación* en dicho lugar.

El hecho de que la Tierra no sea plana da lugar al concepto de *ángulo de inclinación;* en cualquier lugar, excepto en el ecuador magnético terrestre, la brújula se inclina, si le es posible hacerlo, haciendo un ángulo con él la horizontal, llamado ángulo de inclinación. Esto significa que el campo magnético de la Tierra tiene tanto una componente vertical como una horizontal, de tal modo que:

$$\tan \theta = \frac{H_v}{H_h},$$

siendo θ el ángulo de inclinación, H_v la componente vertical y H_h la componente horizontal de la intensidad del campo terrestre.

Comentario. Se recuerda al estudiante que el polo magnético es una unidad hipotética semejante a la unidad de carga en electricidad. Mientras que ha sido descubierta una unidad natural de electricidad, el electrón, no se ha descubierto un polo magnético real, y, probablemente, nunca se descubra, porque el electrón en movimiento, es decir, la corriente eléctrica, es el origen de los fenómenos magnéticos. El verdadero valor del concepto del polo magnético, consiste en que es la base para el desarrollo de la terminología magnética.

PROCEDIMIENTO PARA RESOLVER PROBLEMAS

El propósito verdadero de los problemas en magnetismo es aclarar los conceptos magnéticos. Teniendo esto en cuenta debe entender el estudiante que la mejor manera de resolver estos problemas, como todos los problemas de Física, es comprender enteramente las definiciones de todos los conceptos involucrados: empezar siempre con la ecuación de definición y ver hasta dónde nos lleva. Aquí la ley básica es la ley de Coulomb:

$$F = \frac{mm'}{\mu r^2}$$

PROBLEMA

Un polo magnético sur de 15 unidades de polo, cuando se coloca a 10 cm de otro polo en el aire, recibe una repulsión de 300 dinas. ¿Cuál es la naturaleza e intensidad del segundo polo?

SOLUCION

Evidentemente, puesto que la fuerza es de repulsión, el segundo polo es un polo semejante, esto es, un polo sur. ***Resp.***

También es obvio que el segundo resultado se encuentra con la ley de Coulomb, $F = \frac{mm'}{\mu r^2}$, **poniendo** $F = 300$ **dinas,** $m = 15$ **unidades de polo,** $\mu = 1$ **para el aire y** $r = 10$ **cm. Despejando a** m' **y sustituyendo valores:**

$$\therefore \quad m' = \frac{\mu r^2 F}{m} = \frac{1(10)^2(300)}{15} = 2\,000 \text{ polos.} \qquad \textit{Resp.}$$

PROBLEMA

Calcular la intensidad del campo magnético en un punto en el aire a 30 cm del polo norte de una barra imán, si el punto está en la prolongación de la línea que une a los dos polos. La barra imán tiene 10 cm de largo y su momento magnético es de 400 polos/cm.

SOLUCION

Dibujar el correspondiente diagrama.

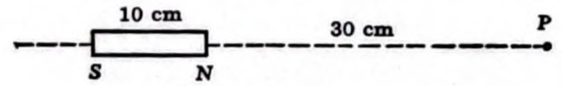


FIG. 83

Recuérdese que la intensidad del campo H **es una magnitud vectorial que vale, según se deduce directamente de la ley de Coulomb:**

$$H = \frac{F}{m'} = \frac{m}{\mu r^2}$$

En este problema se puede calcular la intensidad del polo magnético, porque el momento magnético se encuentra con la ecuación de definición $M = mL$, **donde** M **es 400 polos/cm, y** L **vale 10 cm.**

$$\therefore \quad \mathrm{m} = \frac{\mathrm{M}}{\mathrm{L}} = \frac{400}{10} = 40 \text{ polos.}$$

La intensidad del campo H_1, **debida al polo norte del imán, en el punto P vale:**

$$H_1 = \frac{m}{\mu r^2} = \frac{40}{1(30)^2} = \frac{40}{900} = 0.044 \text{ oersteds, apuntando hacia la derecha.}$$

La intensidad del campo H_2, **debida al polo sur vale:**

$$H_2 = \frac{40}{1(40)^2} = \frac{1}{40} = 0.025 \text{ oersteds, apuntando hacia la izquierda.}$$

$\therefore$ H **es la suma vectorial de** H_1 **y de** H_2; **por tanto:**

es $H = \overrightarrow{0.044} - \overleftarrow{0.025} = \overrightarrow{0.019}$ **oersteds, apuntando hacia la derecha.** ***Resp.***

PROBLEMAS: MAGNETISMO

1. **Un polo magnético, colocado en un campo de 10 oersteds de intensidad, sufre una fuerza de 15 dinas. Calcular la intensidad del polo.**
2. **Una barra imán tiene un momento magnético de 120 polos/cm y un largo de 12 cm. Encontrar la intensidad del polo.**

3. Dos polos magnéticos idénticos, aislados, se encuentran a 50 cm de distancia en el vacío. La fuerza entre ellos se encuentra que vale 4 dinas. ¿Cuánto vale la intensidad de estos polos?
4. Una barra de hierro con una permeabilidad = 500, desarrolla una densidad de flujo de 1 000 gauss cuando se encuentra en un campo magnético de intensidad H. Calcular H.
5. El valor total de la intensidad del campo magnético terrestre es de 0.6 oersteds, con un ángulo de inclinación de 75°. Encontrar la componente horizontal del campo magnético de la Tierra. (Seno 75° = 0.97; cos 75° = 0.26; tan 75° = 3.73.)
6. Dos largas y delgadas barras imán, semejantes, se mantienen con sus polos norte a 5 cm de distancia en el aire. Si se rechazan con una fuerza de 800 dinas, ¿cuánto vale la intensidad de sus polos, suponiendo que son iguales?
7. Calcular la intensidad del campo magnético a 10 cm de distancia del centro de una barra imán de 20 cm de largo, si el punto considerado se encuentra sobre la línea perpendicular al eje del imán. Cada polo del imán es de 400 polos. ¿Cuánto vale el momento magnético de este imán?
8. Una barra imán de 20 cm de largo es de hierro con una permeabilidad = 500. (a) Si este imán tiene una intensidad de polo de 400 polos, ¿cuál es la intensidad del campo H (en magnitud y en dirección) a la mitad del imán? (b) ¿Cuánto vale la densidad de flujo B, en dicho punto?
9. ¿Cuánto vale el ángulo de inclinación en un lugar donde la magnitud de la componente vertical del campo magnético terrestre es 3 veces mayor que la componente horizontal?
10. Calcular la magnitud y dirección del campo magnético terrestre en un lugar donde la componente horizontal es de 0.22 oersteds y el ángulo de inclinación es de 70°.

El efecto magnético de la corriente. El físico danés Oersted, descubrió que un conductor que lleva una corriente eléctrica siempre está rodeado por un campo magnético. Las líneas de fuerza que indican la distribución de la intensidad del campo magnético cerca de un conductor que lleva una corriente, son círculos concéntricos. Si se *imagina* que con la mano derecha se empuña el alambre con el pulgar apuntando en el sentido que lleva la corriente (esto es, en el sentido en que fluyen las cargas positivas), los demás dedos indican el sentido del campo magnético.

Biot y Savart, demostraron que a la distancia d de un alambre muy largo, que lleva la corriente I, la intensidad del campo está dada por la expresión siguiente:

$$H = \frac{2I}{10d}.$$

En esta ecuación H se encuentra en oersteds, si I está en amperes y d en centímetros.

Se ha encontrado también que en el centro de un aro circular de radio r (cm), que lleva una corriente I (amperes), la intensidad del campo H (oersteds) vale:

$$H = \frac{2\pi I}{10r}.$$

Además, en el eje de un solenoide muy largo de longitud L (cm), que lleva una corriente I (amperes) y que tiene N vueltas, la intensidad del campo magnético H (oersteds) está dada por la fórmula siguiente:

$$H = \frac{4\pi NI}{10L}.$$

Las tres expresiones anteriores son casos especiales de una formulación general de la intensidad del campo como una función de la geometría de un circuito, la que solamente puede escribirse en términos de una ecuación diferencial, indicando la contribución a la intensidad del campo en un punto, debida a un incremento infinitesimal en la longitud del conductor. Esta expresión general se llama la regla de Ampère-Laplace, la que, con relación a la Fig. 84, dice que la intensidad del campo H en el punto P, está formada por un número infinito de contribuciones, una por cada incremento de longitud, tal como Δs:

$$\Delta H_P = \frac{I\Delta s}{r^2} \operatorname{sen} \alpha.$$

El Ab- ampere. En el segundo caso especial mencionado anteriormente, el de un aro sencillo de alambre de radio r (véase Fig. 85), debe notarse que se sugiere una unidad especial de in-

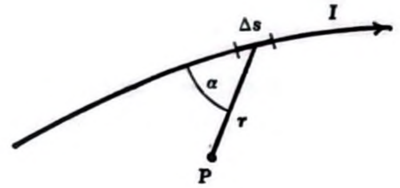


FIG. 84

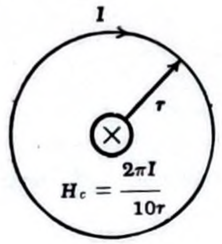


FIG. 85

tensidad de corriente, que depende del concepto de polo magnético unitario, mientras que el concepto de corriente eléctrica como flujo de cargas necesita medirse en términos de cargas por segundo (estato-coulombs por segundo en unidades C.G.S. o en amperes en unidades prácticas).

Evidentemente, la corriente que deba producir un campo magnético de 2π oersteds en el centro de una sola vuelta circular de alambre de 1 cm de radio, es una unidad lógica de intensidad de corriente eléctrica (recuérdese que 1 oersted es 1 dina por unidad de polo). Esta unidad es el *Ab*-ampere, que resulta ser casi exactamente 10 amperes.

El galvanómetro de tangentes. El primer instrumento inventado para medir la intensidad de la corriente (por lo general llamada simplemente corriente), se sirve del campo magnético producido en el centro de una bobina circular de alambre; este campo es dirigido en forma perpendicular al plano de la bobina, de tal modo que una brújula montada en el centro de una bobina colocada verticalmente en el meridiano magnético, está sometida a dos campos perpendiculares entre sí, el de la Tierra y el de la bobina. La Fig. 86 representa el galvanómetro de tangentes visto desde arriba; H_e representa la componente horizontal del campo terrestre (apuntando hacia el norte) y H_c representa el campo debido a la corriente que pasa por la bobina (apuntando hacia el oeste en este caso).

$$H_c = \frac{2\pi NI}{10r}.$$

donde N es el número de vueltas de la bobina. La brújula hace un ángulo θ con el norte, de tal manera que se cumpla la siguiente ecuación:

$$\tan\theta = \frac{H_c}{H_e}.$$

$$\therefore\ I = \frac{H_e}{2\pi N/10r}\tan\theta.$$

I se expresa en amperes si H_e está en oersteds y r está en centímetros. La ecuación anterior se puede escribir del modo siguiente:

$$I = k\tan\theta,$$

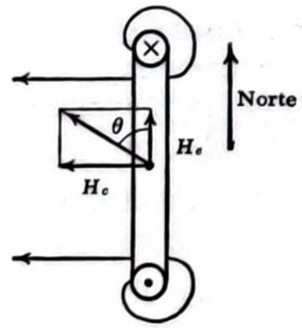


FIG. 86

lo que demuestra que la intensidad de la corriente es directamente proporcional a la tangente del ángulo de desviación de la brújula.

El fenómeno de la fuerza lateral. Como una línea de fuerza es siempre tangente a la trayectoria que debe tomar un polo magnético libre y como las líneas de fuerza son circunferencias concéntricas alrededor de un conductor que lleva corriente, se deduce que un polo magnético libre tiende a moverse alrededor de la corriente eléctrica, en dirección perpendicular al conductor y perpendicular también al radio trazado entre el polo y la corriente. A la inversa, una corriente móvil, en dirección perpendicular a un campo magnético, se mueve lateralmente dentro del campo como se indica en la Fig. 87, que representa un alambre (en sección recta) que lleva una corriente entrando al papel (la cruz sugiere las plumas de la cola de una flecha).

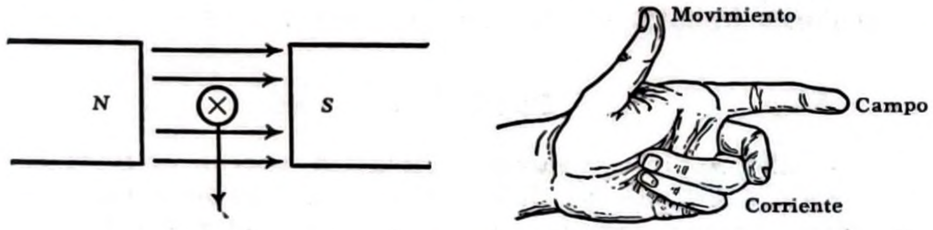


FIG. 87

Este alambre es forzado hacia abajo. La dirección de la fuerza que recibe la corriente puede predecirse con la *regla de la mano izquierda*. Si el índice de la mano izquierda colocado como en la Fig. 87, apunta en la dirección del campo (de norte a sur), y si el cordial apunta en la dirección de la corriente (de positivo a negativo), entonces el pulgar apuntará en la dirección de la

fuerza lateral (o del movimiento) cuando estos dedos se coloquen mutuamente perpendiculares.

Puede demostrarse que la magnitud de la fuerza lateral se encuentra con la siguiente relación:

$$F = HLI \text{ (en el aire)}$$
$$\text{o bien } F = BLI \text{ (en cualquier otro lugar).}$$

F se expresa en dinas, cuando H está en oersteds, B en gauss, L en centímetros e I en ab-amperes.

Las aplicaciones de la fuerza lateral se encuentran en los motores y en los medidores eléctricos (amperímetros, voltímetros, watímetros, etc.).

PROCEDIMIENTO PARA RESOLVER PROBLEMAS

Los problemas relacionados con el descubrimiento de Oersted, podrán ser apenas un poco más que aplicaciones numéricas de la relación de Ampère-Laplace:

$$\Delta H = \frac{I\Delta s}{10r^2} \operatorname{sen} \alpha,$$

que podrá determinarse sólo en aquellos casos especiales en donde pueda resolverse la ecuación diferencial: en este texto se han considerado tres clases especiales. Estos problemas necesitan se vigilen cuidadosamente las unidades utilizadas; cuando el 10 aparezca en la fórmula, I debe expresarse en amperes; en los demás casos deberá expresarse en ab-amperes cuando las dimensiones lineales se expresen en centímetros.

PROBLEMA

Un alambre rectilíneo y muy largo lleva una corriente de 10 amperes. Calcular a qué distancia del alambre deberá estar un punto para que la intensidad del campo magnético valga en dicho punto 0.5 oersteds.

SOLUCION

Este problema es una aplicación directa de la Ley de Biot y Savart:

$$H = \frac{2I}{10d}$$

$$\therefore d = \frac{2I}{10H} = \frac{2(10)}{10(0.5)} = 4 \text{ cm} \qquad \textit{Resp.}$$

PROBLEMA

Calcular la intensidad del campo magnético en el centro de un cable circular formado por 100 vueltas de alambre, con un radio común de 20 cm y llevando una corriente de 15 amperes.

SOLUCION

Este problema evidentemente incluye la relación $H_c = \dfrac{2\pi NI}{10r}$, la que simplemente es N veces el valor de la intensidad del campo en el centro de una sola vuelta; N es el número de vueltas. Por tanto:

$$H_c = \frac{2\pi(100)15}{10(20)} = 15\pi \text{ oersteds.} \qquad \textit{Resp.}$$

PROBLEMA

Calcular la corriente necesaria para producir una desviación de 30° en una brújula colocada en el centro de un galvanómetro de tangentes, si, el instrumento tiene 100 vueltas de 20 cm de radio. Se supone que la componente horizontal del campo terrestre tiene una intensidad de 0.2 oersteds.

SOLUCION

Aplicando la ecuación del galvanómetro de tangentes:

$$\tan\theta = \frac{H_c}{H_e},$$

donde $H_c = \dfrac{2\pi NI}{r}$. (Aquí I debe expresarse en ab-amperes.)

$$\therefore \tan\theta = \frac{2\pi NI}{H_e r}.$$

$$\therefore I = \frac{H_e r \tan\theta}{2\pi N} = \frac{0.2(20)(.577)}{2\pi(100)}$$

$$= \frac{2 \times 2 \times 5.77 \times 10^{-1}}{2\pi \times 10^2} = 3.68 \times 10^{-3}$$

$$= .00368 \text{ ab-amp.} = 0.0368 \text{ amp.} \qquad \textit{Resp.}$$

PROBLEMA

Calcular la intensidad del campo magnético en el eje de un solenoide muy largo (25 cm), de 1 000 vueltas de alambre, si el radio de la bobina es de 2 cm y la corriente en el alambre es de 15 amperes.

SOLUCION

Como ya se dijo, para un solenoide largo:

$$H_{eje} = \frac{4\pi NI}{L};$$

$N = 1\,000$ vueltas; $I = 15$ amperes $= 1.5$ ab-amperes; $L = 25$ cm. Sustituyendo:

$$\therefore H = \frac{4\pi(1\,000)(1.5)}{25} = \frac{4 \times \pi \times 1 \times 1.5 \times 10^3}{2.5 \times 10}$$

$$= 7.54 \times 10^2 = 754 \text{ oersteds.} \qquad \textit{Resp.}$$

PROBLEMA

Un alambre que lleva 2 amperes, atraviesa perpendicularmente un campo magnético uniforme cuya densidad de flujo vale 500 gauss, de tal manera que sólo 15 cm del alambre están sumergidos en el campo (por ejemplo, si las piezas polares del imán tienen 15 cm de ancho). Calcular la fuerza lateral que recibe el alambre y de qué manera actúa esta fuerza.

SOLUCION

Por la regla de la mano izquierda se encuentra que la fuerza actúa hacia abajo. *Resp.*

La magnitud de la fuerza se encuentra con la siguiente relación:

$$F = BLI.$$

$$\therefore F = 500(15)\frac{2}{10} = 1\,500 \text{ dinas} \qquad \textit{Resp.}$$

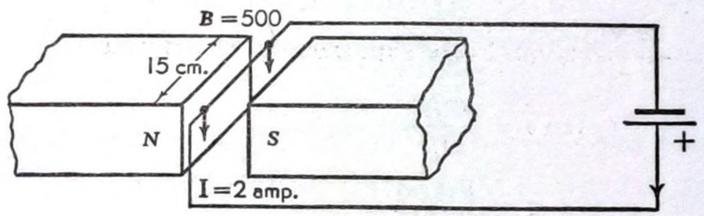


FIG. 88

PROBLEMAS: EFECTOS MAGNETICOS DE LA CORRIENTE

1. Un alambre de 100 cm de largo y llevando una corriente de 50 amperes, está colocado en una región donde la densidad de flujo magnético es uniforme y vale 25 gauss. Calcular la máxima fuerza que recibe el alambre del flujo magnético.
2. Un alambre de 10 cm de largo, que lleva una corriente de 5 ab-amperes, se coloca en una región de densidad de flujo magnético uniforme, perpendicular al alambre y que vale 25 gauss. ¿Cuánto vale la fuerza que del flujo recibe el alambre?
3. Calcular la magnitud de la intensidad del campo en el centro de una bobina plana de alambre con 5 vueltas y un radio de 20 cm, si la corriente que lleva el alambre es de 2 amperes.
4. Un solenoide largo de 1 000 vueltas es de 50 cm de longitud; se establece una corriente de 20 amperes en el alambre. (a) Calcular la magnitud de la intensidad del campo en el centro del solenoide. (b) Si un núcleo de hierro, cuya permeabilidad vale 1 200, se introduce en el solenoide, calcular la inducción magnética en el centro. (c) Calcular el flujo total que sale de un extremo del núcleo, si éste tiene una sección recta de 2 cm².
5. La intensidad del campo cerca de un largo alambre rectilíneo vale $H = 2I/d$. Calcular la magnitud de la fuerza que debe recibir un polo magnético de cuatro unidades de polo colocado a 10 cm del alambre, si la corriente en éste es de 3 ab-amperes.
6. Un galvanómetro de tangentes se coloca con su plano vertical y en la dirección norte-sur magnética. El campo terrestre tiene una intensidad de 0.3 oersted y el campo H, en la brújula debido a la corriente de la bobina 0.6 oersted. Calcular el ángulo, con respecto al norte, que se desviará la brújula.
7. Calcular la corriente necesaria para que una bobina formada por un haz de 80 vueltas de alambre con un radio de 20 cm, produzca un campo magnético de 1.5 oersteds.
8. Un solenoide de 100 cm de largo está formado con alambres enrollados en un tubo de cartón cuya sección recta es de 10 cm²; en el eje del solenoide la intensidad del campo vale 6 oersteds. Si la corriente es de 3 amperes, ¿cuántas vueltas de alambre tiene el solenoide?
9. Un alambre vertical pasa por el centro de un cartón horizontal; la componente horizontal del campo magnético de la Tierra es de 0.2 oersted; una pequeña brújula sirve para encontrar la dirección del campo magnético sobre el cartón debido a una corriente de 10 amperes. Se deberá encontrar una posición, al oriente del alambre, donde la brújula indicará un punto neutro, es decir, un punto donde la intensidad del campo vale cero. ¿A qué distancia del alambre estará este punto?
10. La región entre los polos de un imán exhibe una densidad de flujo de 2 000 gauss; las caras polares miden 10 cm $\times$ 10 cm. Un alambre rectilíneo, que lleva una corriente de 12 amperes, atraviesa dicha región en ángulo recto a la dirección del flujo. ¿Cuánto vale la fuerza lateral?

Capítulo 15

INDUCCION ELECTROMAGNETICA

Los temas tratados en los capítulos anteriores son el resultado directo de descubrimientos hechos por los primeros investigadores cuando estudiaron los efectos de la corriente eléctrica, un concepto basado en una asociación lógica de conceptos más fundamentales. Lo que sigue es el resultado de una idea intuitiva de Faraday, quien investigó la posible reversibilidad del fenómeno de la fuerza lateral magnética, descubriendo así, cómo puede inducirse una fuerza electromotriz sin pilas ni acumuladores.

Fuerza electromotriz inducida. Cuando un conductor se mueve perpendicularmente a un campo magnético, el fenómeno es lo contrario de la fuerza lateral, es decir, se induce una corriente en el conductor si éste forma parte de un circuito eléctrico cerrado. Como la mano derecha es opuesta a la izquierda y como la regla de la mano izquierda da la dirección de la fuerza lateral cuando el índice apunta en la dirección del flujo y el cordial en la dirección de la corriente, la mano derecha da la dirección de la corriente cuando el pulgar apunta en la dirección del movimiento; véase la Fig. 89.

FIG. 89

La corriente inducida se encuentra a partir de la fuerza electromotriz inducida, la que puede calcularse con la siguiente relación:

$$E = BLv.$$

Donde B se expresa en líneas por cm² (gauss), L en centímetros, y v en cm/seg; entonces E se expresa en ab-volts.

$$10^8 \text{ ab-volts} = 1 \text{ volt.}$$

Ley de Lenz. Faraday demostró que se induce una fuerza electromotriz siempre que cambia el flujo magnético asociado con un circuito, y que si un alambre se mueve a través de un campo magnético, éste es un caso especial en donde las líneas de fuerza se dice que son "cortadas". En general:

$$E = -k\frac{\Delta\phi}{\Delta t},$$

donde $\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$ representan la rapidez con que cambia el flujo y k es un factor de proporcionalidad. El flujo se mide en *maxwells* así como en líneas, por lo que la fuerza electromotriz unitaria (el ab-volt) puede referirse como un maxwell por segundo, o una línea por segundo, que es la unidad que corresponde a $k = 1$ en la expresión anterior. El signo negativo se deduce de la ley de Lenz, que dice: siempre que cambia el flujo magnético asociado con un circuito eléctrico, cualquiera que sea el método seguido, se induce una corriente en el circuito en una dirección tal que su propio campo magnético se opone al cambio del campo que la produce. De este modo la fuerza electromotriz inducida es una fuerza *contraelectromotriz*.

Inducción mutua y autoinducción. Una manera de producir un campo magnético variable en un circuito es cambiar la corriente en un circuito próximo; el campo magnético variable así producido ocasiona una corriente variable inducida en el primer circuito; este fenómeno se llama *inducción mutua*. En la Fig. 90 puede verse que abriendo y cerrando el interruptor K, la corriente variable así obtenida en A, produce un campo magnético variable en donde queda sumergido B, por lo que una corriente se induce en B, la que se observa en el galvanómetro G.

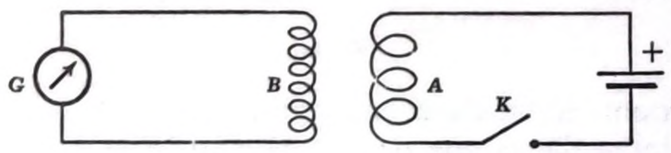


FIG. 90

La fuerza electromotriz inducida en B está dada por la ecuación siguiente:

$$E_B = -k\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -M\frac{\Delta I}{\Delta t}A,$$

donde el factor de proporcionalidad M se llama *coeficiente de inducción mutua.*

El fenómeno se observa también en una bobina sola, debido al efecto mutuo de todas las vueltas individuales de la bobina con respecto a todas las otras vueltas; en este caso el fenómeno se llama *autoinducción* y la fuerza electromotriz inducida la da la siguiente relación:

$$E = -L\frac{\Delta I}{\Delta t},$$

donde L es el coeficiente de *autoinducción.* Esta fuerza electromotriz, por la ley de Lenz, es una fuerza contraelectromotriz que tiende a oponerse al cambio original de la corriente; por consiguiente, a cualquier intento de cambiar la corriente en una bobina que tenga una autoinducción apreciable (debida a muchas vueltas de alambre o a un núcleo de hierro de gran permeabilidad) se le opone la fuerza electromotriz inducida; de este modo la propiedad eléctrica llamada inductancia en los circuitos eléctricos juega un papel semejante al de la masa o inercia en un circuito mecánico. Refiriéndose al concepto de masa y a la ley de Newton en mecánica, recuérdese que:

$$F = ma = m\frac{\Delta v}{\Delta t},$$

donde v es la rapidez del desplazamiento. En electricidad I es la rapidez con que fluye la carga en la expresión:

$$E = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

Llevando más allá la analogía con la mecánica, recuérdese que la energía cinética está dada por la expresión:

$$W \text{ (trabajo)} = \tfrac{1}{2}mv^2.$$

En electricidad, la energía necesaria para establecer el campo magnético alrededor de una corriente, está dada por la expresión:

$$W = \tfrac{1}{2}LI^2.$$

Cuando se interrumpe la corriente que lleva un circuito, como sucede cuando se abre un interruptor, esta energía se libera y aparece a menudo en la forma de un arco que se produce en el interruptor.

Unidades. La unidad de autoinducción, o de inducción mutua, es el *henry* en el sistema práctico o el *ab-henry* en el sistema absoluto magnético.

El transformador. El transformador se sirve del principio de la fuerza electromotriz inducida para aumentar o disminuir voltajes variables por medio de dos bobinas, de diferente número de vueltas, devanadas en el mismo núcleo, como se ve en la Fig. 91; una bobina se llama el *primario* y la otra el *secundario*. Una fuente de fuerza electromotriz variable aplicada a la bobina primaria produce, en el circuito primario, una corriente variable que a su vez produce un campo variable que queda casi completamente confinado en el interior del núcleo común. Las vueltas de la bobina secundaria sumergidas en este campo magnético variable, reciben una fuerza electromotriz inducida que es proporcional al número de vueltas:

$$\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -\frac{E_p}{N_p} = -\frac{E_s}{N_s}.$$

$$\therefore \frac{E_s}{E_p} = \frac{N_s}{N_p}.$$

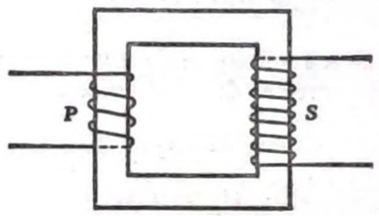


FIG. 91

De este modo el voltaje puede aumentarse o disminuirse en proporción directa a la relación entre el número de vueltas del secundario y el número de vueltas del primario. Un transformador como tal, no puede utilizarse con corrientes invariables como las que producen una pila o un acumulador, pero si se agrega un interruptor mecánico para obtener una corriente variable, el principio del transformador sirve para elevar el voltaje de la corriente de una pila, en el aparato llamado bobina de inducción.

PROCEDIMIENTO PARA RESOLVER PROBLEMAS

Hay que darse cuenta que, en principio, la fuerza electromotriz inducida queda completamente determinada calculando la variación con que cambia el flujo magnético. En términos de densidad de flujo, $B = \frac{\phi}{A}$, por lo que $\phi = BA$; además $B = \mu H \therefore \phi = \mu HA$; también $E = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$. En algunos problemas la fuerza electromotriz inducida se determina con facilidad calculando el flujo que pasa a través del circuito antes y después de que ha tenido lugar el cambio y dividiendo su diferencia entre el tiempo necesario para que dicho cambio tenga lugar. Evidentemente, no es necesario considerar el signo negativo en problemas numéricos, ya que sólo interesa la magnitud de E.

PROBLEMAS

Una bobina plana circular está formada por una sola vuelta de 20 cm de radio; la componente vertical del campo magnético terrestre es de 0.55 oersted. Si la bobina se hace girar completamente sobre sí misma en 0.1 seg, de modo que el lado inferior quede arriba, ¿cuánto vale la fuerza electromotriz inducida entre las terminales de la bobina?

SOLUCION

Cuando la bobina descansa sobre la mesa, el flujo que la atraviesa debido a la componente vertical del campo terrestre, se encuentra con la ecuación siguiente:

$$\phi = \mu HA,$$

donde $\mu = 1$ para el aire; $H = H_v = 0.55$; y $A = \pi r^2 = \pi(20)^2 = 400\pi$ cm².

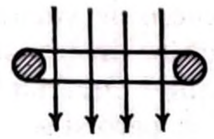


FIG. 92

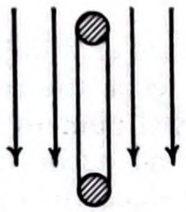


FIG. 93

Conforme la bobina se hace girar desde su posición horizontal, pasando por la posición vertical, hasta nuevamente una posición horizontal, recibe

dos cambios completos de flujo; cuando la bobina está en posición vertical el flujo que la atraviesa es cero; por tanto, cuando la bobina gira 90°, el cambio de flujo es de su valor total hasta cero flujo; en los segundos 90°, este cambio se duplica. Por consiguiente, cuando la bobina gira 180°, el flujo total debe cambiar dos veces:

$$\Delta\phi = 2\mu HA,$$

y como este cambio tiene lugar en $\Delta t = 0.1$ seg:

$$E = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{2\mu HA}{0.1} = \frac{2 \times 1 \times 0.55\,(400\pi)}{0.1} = 13800 \text{ ab-volts}$$

$$= 0.000138 \text{ volt.} \qquad \textit{Resp.}$$

CONTINUACION DEL PROCEDIMIENTO PARA RESOLVER PROBLEMAS

Un problema típico incluye el "corte" de líneas de flujo por un alambre que forma parte de un circuito cerrado. Cuando un alambre atraviesa un campo magnético como en la Fig. 94, donde el rectángulo representa el

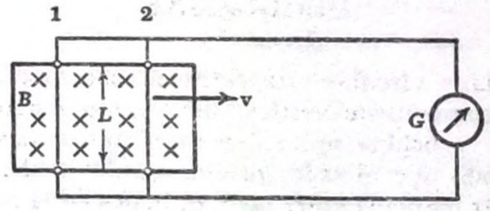


FIG. 94

polo sur de un imán hacia donde apuntan las líneas de flujo, y el alambre se mueve desde la posición (1) hasta la posición (2), cambia el número de líneas de flujo que están comprendidas dentro del circuito. En este caso la ecuación de la fuerza electromotriz debe referirse a la velocidad con que el alambre corta las líneas del campo; la relación $E = -\Delta\phi/\Delta t$ se escribe:

$$E = BLv,$$

donde L es el largo del alambre comprendido en el campo y perpendicular a él, y v es la velocidad del alambre.

PROBLEMA

Dos rieles, separados 1 m, están colocados en dirección norte-sur; por un extremo los rieles están conectados a través de un galvanómetro. En el lugar donde se encuentran, la componente vertical del campo magnético terrestre vale 0.55 oersted. Una barra de cobre, colocada perpendicularmente sobre los rieles se corre hacia el norte a la velocidad de 150 cm/seg. En caso de que así suceda, ¿cuánto vale la fuerza electromotriz inducida al moverse la barra, y qué extremo de la barra se encuentra a mayor potencial?

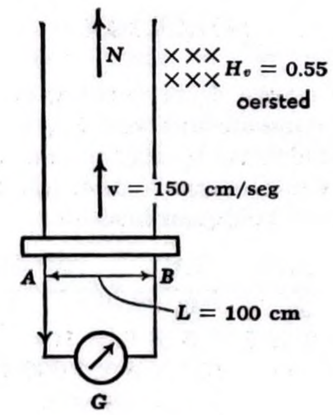


FIG. 95

SOLUCION

Dibujar el diagrama. Nótese que conforme la barra se mueve a lo largo de los rieles, como se indica en la figura, corta las líneas de fuerza de la componente vertical del campo terrestre, el que apunta hacia abajo, penetrando en el papel. Por consiguiente, se debe generar una fuerza electromotriz entre los puntos A y B y una corriente se establecerá en el circuito, la cual puede percibirse en el galvanómetro. La dirección de esta corriente se deduce de la regla de la mano derecha: apuntando el índice hacia abajo, y el pulgar hacia el norte, el cordial indica que la corriente pasa de B hacia A, lo que significa que el punto A se encuentra a mayor potencial que el punto B. Para determinar la magnitud de la fuerza electromotriz inducida se aplica la siguiente relación:

$$E = -BLv,$$

donde B es aquí equivalente a $H_v = 0.55$ oersted, $L = 100$ cm y $v = 150$ cm/seg. En consecuencia, despreciando el signo negativo como ya se hizo notar:

$$E = (0.55)(100)(150)$$
$$= 5.5 \times 1.5 \times 10^3 = 8.25 \times 10^3$$
$$= 8250 \text{ ab-volts}$$
$$= 0.0000825 \text{ volt.} \qquad \textit{Resp.}$$

PROBLEMA

Una bobina cuadrada de 50 cm² y formada por 20 vueltas, se hace girar a través de un eje transversal a la velocidad de 2 vueltas por segundo, cuando dicha bobina está sumergida en un campo magnético uniforme cuya densidad de flujo es de 500 gauss. La bobina tiene una resistencia de 20 ohms. Calcular: La fuerza electromotriz media inducida en la bobina durante un cuarto de revolución y la carga que pasa por dicha bobina en ese intervalo. El valor de la intensidad media de la corriente durante un ciclo completo.

SOLUCION

Nótese que en un cuarto de revolución, el flujo eslabonado con la bobina se cambia completamente una vez. Por ende $\phi = NAB$, representa el número de líneas cortadas en $\frac{1}{8}$ seg, puesto que $\frac{1}{8}$ seg es un cuarto del periodo de rotación, y puesto que N es el número de vueltas que interceptan el flujo cambiante en cualquier instante.

$$\therefore E = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{NAB}{\frac{1}{8}} = \frac{20(50)(500)}{\frac{1}{8}}$$
$$= 2 \times 5 \times 5 \times 8 \times 10^4$$
$$= 400 \times 10^4 = 4\,000\,000 \text{ ab-volts}$$
$$= .04 \text{ volt.} \qquad \textit{Resp.}$$

Por la ley de Ohm: $I = \dfrac{E}{R}$

$$= \frac{0.04}{20} = 0.002 \text{ ampere}$$

Pero como $Q = It = 0.002(\frac{1}{8}) = 0.00025$ coulomb. *Resp.*

Comentario. Adviértase que en este problema el procedimiento no consiste en sustituir valores en una fórmula dada, sino en razonar cuántas líneas de flujo se cortan por segundo. Por supuesto, se puede encontrar en algún manual una ecuación que se aplique precisamente a este caso, pero es mejor basar la solución en la naturaleza básica de los conceptos de la fuerza electromotriz inducida, en la ley de Ohm y en la relación básica entre la carga y la corriente.

PROBLEMA

Una vuelta de alambre se coloca en un campo magnético, como se muestra en la Fig. 96, donde las x indican las "colas" de las líneas de flujo. Si la densidad de flujo aumenta bruscamente, ¿se inducirá corriente en la vuelta de alambre y tendrá el mismo sentido contrario a las manecillas de un reloj?

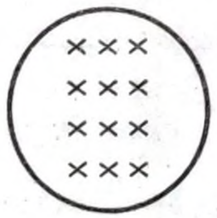


FIG. 96

SOLUCION

Es obvio que este problema es una aplicación apropiada de la ley de Lenz, en cuya virtud ciertamente debe inducirse una corriente en la vuelta de alambre.

La dirección de la corriente se encuentra teniendo en cuenta que un cambio en el flujo magnético induce una corriente, cuyo propio campo magnético se opone a la causa que lo origina. Sugiere esto que la corriente, cualquiera que sea su dirección desarrollará, dentro de la vuelta, un campo magnético saliendo del papel, es decir, opuesto al campo original: por esta razón la corriente debe, evidentemente, apuntar en dirección contraria a la de las manecillas del reloj. *Resp.*

PROBLEMA

Calcular la autoinducción en una bobina donde el cambio de una corriente de 5 amperes por segundo produce una contra F.E.M. de 2 volts.

SOLUCION

Puesto que $E = -L\dfrac{\Delta I}{\Delta t}$, y haciendo notar nuevamente que sólo nos importa la magnitud de L:

$$L = \frac{E}{\Delta I/\Delta t} = \frac{2}{5} = 0.4 \text{ henry.} \qquad \textit{Resp.}$$

PROBLEMA

El primario de un transformador, que tiene 20 vueltas, se conecta a un voltaje variable con un valor medio de 110 volts, como lo indica un voltímetro. El secundario del transformador tiene 1 000 vueltas y una resistencia de 20 000 ohms. Calcular el voltaje que debe leerse en un medidor conectado al secundario y la corriente que pasa por el primario si se supone una eficiencia de 100%.

SOLUCION

De acuerdo con el principio del transformador:

$$\frac{E_s}{E_p} = \frac{N_s}{N_p}.$$

$$\therefore E_s = \frac{N_s}{N_p} E_p = \frac{1\,000}{20}(110) = 5\,500 \text{ volts.}$$

Si se supone una eficiencia de 100%, la potencia que recibe el transformador es igual a la potencia que entrega, siendo $P = EI$. Por la ley de Ohm:

$$I_s = \frac{E_s}{R_s}\frac{5\,500}{20\,000} = 0.275 \text{ amp.}$$

$$\therefore\ P = E_s I_s = E_p I_p.$$

$$\therefore\ I_p = \frac{E_s I_s}{E_p} = \frac{5\,500}{110}\,(0.275)$$

$$= 50(0.275) = 13.75 \text{ amp.} \qquad \textit{Resp.}$$

PROBLEMAS: FUERZA ELECTROMOTRIZ INDUCIDA

1. Calcular, en volts, la F.E.M. promedio que se desarrolla en una bobina circular de 5 cm de radio y con 40 vueltas, cuando se hace girar desde una posición normal a un campo de 0.30 oersted en el aire, hasta una posición paralela en un lapso de 0.25 seg.
2. Calcular la inductancia mutua entre dos bobinas adyacentes si la F. E.M. inducida en una de ellas es de 125 volts, mientras que la corriente en la otra cambia con la rapidez de 25 amp/seg.
3. Una bobina circular de 25 vueltas y 1 cm de diámetro está colocada entre las piezas polares de un imán y en posición perpendicular al campo magnético de 31 800 oersteds. Si la bobina se saca del campo en 0.2 seg, ¿cuánto vale la F.E.M. inducida?
4. Una bobina cuadrada, de 5 cm de lado, con 50 vueltas, está colocada entre las piezas polares de un imán, perpendicularmente a un campo magnético uniforme de 20 000 oersteds. Si la bobina se saca del campo en 0.5 seg, ¿cuánto vale la F.E.M. inducida?
5. Calcular la F.E.M. inducida en una bobina cuando la corriente en una bobina próxima cambia con la rapidez de 0.5 amp/seg, debido a que se cierra un interruptor conectado a una pila de 2 volts. La inductancia mutua entre las dos bobinas es de 2 henries.
6. Calcular la F.E.M. inducida en el eje de 130 cm de longitud de un carro que se mueve hacia el norte, a lo largo del meridiano magnético, a la velocidad de 40 cm/seg. La componente vertical del campo magnético terrestre es de 0.55 oersted. Expresar la respuesta en las unidades apropiadas.
7. Una bobina de 20 vueltas se encuentra sobre una mesa. Al acercar el polo norte de un imán hacia la bobina, el flujo cambia con la rapidez de 500 000 líneas por segundo. ¿Cuál es la magnitud de la F.E.M. inducida en la bobina?
8. Un alambre de 100 cm de longitud, perpendicular a un campo magnético de 100 gauss, se mueve perpendicularmente dentro del campo a la velocidad de 100 cm/seg. ¿Cuánto vale la F.E.M. inducida?
9. Calcular la velocidad con que debe moverse un alambre de 5 cm de longitud, perpendicularmente al campo magnético de 1 000 gauss para que se produzca una F.E.M. de 0.01 volt.
10. Calcular el valor de la corriente constante final, cuando se cierra el interruptor que conecta una pila de 2 volts a una bobina de 50 ohms de resistencia y a una autoinducción de 25 henries.
11. Una bobina, cuyas caras tienen una área de 25 cm^2, en 0.2 seg se saca de entre los polos de un imán permanente. En la bobina se induce una fuerza electromotriz de 10^{-4} volts. ¿Cuánto vale la densidad de flujo entre los polos del imán?

12. Una bobina circular de 50 vueltas y con un radio de 20 cm descansa sobre una mesa horizontal. La componente horizontal del campo terrestre vale 0.20 oersted y el ángulo de inclinación 72°. La bobina tiene una resistencia de 100 ohms. Calcular la corriente media inducida en la bobina si se le hace girar 180° en 0.25 seg.
13. Un marco cuadrado de alambre de 10 cm de lado, se hace girar con relación a un eje paralelo a un lado y pasando por su centro, entre los polos de un electroimán cuya densidad de flujo es de 15 000 gauss. Si la rotación es de una vuelta por segundo, ¿cuánto vale la máxima fuerza electromotriz generada en el marco?
14. Un solenoide con núcleo de hierro, tiene una autoinductancia de 80 milihenries. Al cerrar un interruptor conectado a una batería, se necesitan 0.4 seg para que se establezca una corriente de 2 amperes. Calcular la fuerza contraelectromotriz inducida en esta bobina.
15. Un alambre, cuyo circuito se cierra por medio de un galvanómetro, se mueve con la velocidad de 100 cm/seg a través de un campo magnético de 15 000 oersteds. Si sólo 10 cm de longitud del alambre están sumergidos en el campo, y si el circuito tiene una resistencia de 200 ohms, ¿cuánto vale la corriente inducida en el alambre?
16. Dos bobinas están independientemente devanadas en el mismo núcleo de hierro; la bobina primaria tiene 100 y la secundaria 500 vueltas. Una batería conectada al primario establece una corriente de 2 amperes en 0.1 seg; mientras tanto se induce en el secundario una F.E.M. de 550 volts. (a) ¿Cuánto vale la inductancia mutua entre los dos circuitos? (b) ¿Cuánto la fuerza contraelectromotriz inducida en el primario?
17. Un solenoide tiene una autoinducción de 0.5 henry y una resistencia de 50 ohms. Calcular, aproximadamente, el tiempo que tarda la corriente en pasar desde cero hasta 2 amperes cuando se conecta a una batería, si 2 amperes son como la mitad del valor constante que llega a alcanzar la corriente.
18. El flujo que atraviesa una sola vuelta de alambre cambia desde 1 000 hasta un millón de maxwells en 0.1 seg. ¿Cuánto vale la F.E.M., en volts, inducida en el alambre?

Corriente alterna. Cuando una vuelta de alambre se hace girar continuamente alrededor de un eje transversal dentro de un campo magnético constante, se induce una fuerza electromotriz que varía sinusoidalmente, la cual produce una corriente que varía también sinusoidalmente, llamada corriente "alterna", por lo común C.A. La llamada 110^v C.A. es una fuerza electromotriz alterna.

Aunque el valor medio de una corriente alterna, considerada sobre cualquier número de ciclos completos es necesariamente cero, no se deduce que su valor efectivo sea también cero. Por ejemplo, el calentamiento depende de la segunda potencia de la corriente, y como el cuadrado de la componente negativa de

una corriente alterna es siempre positivo, es evidente que el calentamiento debido a esta corriente no sea cero como promedio. El valor efectivo de la corriente alterna se define como la raíz cuadrada del promedio de los valores al cuadrado de la corriente. Para corriente variando sinusoidalmente el *valor efectivo*, llamado también la R.C.M. (raíz cuadrada media), está dado por:

$$I_{ef.} = 0.707\, I_{máx.}$$

Análogamente:

$$E_{ef.} = 0.707\, E_{máx.}$$

Los amperímetros y los voltímetros de C.A. indican estos valores efectivos; por ejemplo, 110^v C.A. se refieren a un voltaje que varía desde 0 hasta 156^v y desde 0 hasta -156^v, regresando otra vez a 0, etc.

Impedancia C.A. Como la C.A. es una corriente variable, siempre está presente una fuerza contraelectromotriz que depende de la autoinductancia L del circuito. Por consiguiente, tanto la inductancia como la resistencia deben tomarse en cuenta cuando la ley de Ohm se aplica a circuitos de C.A. Además, también debe tomarse en cuenta la capacitancia, porque la corriente alterna oscila atrás y adelante en el condensador, el cual en circuito de C.D. (corriente directa) constituye una interrupción en la línea. Mientras que los circuitos de C.D. $I = \frac{E}{R}$, en los circuitos de C.A.:

$$I = \frac{E}{Z}$$

donde Z se llama *impedancia*, la que se relaciona con la resistencia, la inductancia y la capacitancia del modo siguiente:

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2},$$

donde X se llama *reactancia*.

Existen dos clases de reactancia: la inductiva

$$X_L = 2\pi nL,$$

y la capacitiva:

$$X_c = \frac{1}{2\pi nC}.$$

Por lo tanto:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(2\pi nL - \frac{1}{2\pi nC}\right)^2}.$$

La impedancia, la reactancia y la resistencia se miden todas en ohms.

Atraso y adelanto de la corriente. Una preponderancia de la reactancia inductiva en un circuito en serie, ocasiona que la corriente se atrase con relación a la fuerza electromotriz; una preponderancia de la reactancia capacitiva ocasiona que la corriente se adelante. La ausencia de reactancia, como en un circuito puramente resistivo, ocasiona una corriente que sigue a la fuerza electromotriz y permanece en fase con ella. (Véase Fig. 97.)

FIG. 97

Debe notarse que el efecto de la reactancia capacitiva tiende a compensar el efecto de la reactancia inductiva:

$$X = 2\pi nL - \frac{1}{2\pi nC}$$

Existe una frecuencia particular, para cada valor de L y C, donde la reactancia capacitiva compensa exactamente la reactancia inductiva. Esta frecuencia vale:

$$n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}}$$

En esta frecuencia, un circuito en serie se comporta como un circuito puramente resistivo, y la corriente adquiere su máxima efectividad; esta frecuencia se llama *frecuencia de resonancia*. Sintonizar un circuito de radio es ajustar a L y a C para que haya resonancia.

Potencia C.A. Debido a los efectos de atraso y de adelanto, el valor promedio del consumo de potencia en un circuito de C.A. no es, simplemente, el producto del voltaje y de la corriente, como en el circuito de C.D., sino que está dado por la expresión siguiente:

$$\bar{p} = E_v I_a \cos\phi,$$

donde $\overline{p}$ significa potencia media; E_v representa la lectura del voltímetro; I_a, la lectura del amperímetro y ϕ, el ángulo de adelanto o de atraso, según se requiera. El factor cos ϕ se llama *factor de potencia*.

PROCEDIMIENTO PARA RESOLVER PROBLEMAS

Debe notarse, al considerar problemas de corriente alterna, que una capacitancia no constituye una interrupción en el circuito como en los circuitos de C.D.; en circuito de C.D., la resistencia puede determinarse por el cociente $\frac{E}{I}$, mientras que esta relación en C.A., representa la impedancia, la que es mayor que la resistencia sola, excepto que la reactancia capacitiva compense a la reactancia inductiva. Incidentalmente, los medidores de C.A. pueden medir C.D., pero los medidores de C.D. no pueden medir C.A.

PROBLEMA

Una bobina, con resistencia e inductancia, se conecta en serie con un amperímetro de C.A. a una línea de 110^v de C.D. La lectura del amperímetro es de 1.1 amperes. Entonces, la combinación se conecta a una línea de 110^v de C.A. y de 60 ciclos: el amperímetro indica 0.55 ampere. ¿Cuánto valen la resistencia, la impedancia, la reactancia y la inductancia de la bobina?

SOLUCION

Diagrama

Con C. D.:

$$I = \frac{E}{R} \quad \therefore \quad R = \frac{E}{I}$$

$$R = \frac{110}{1.1} = 100 \text{ ohms (Resistencia)} \qquad \textit{Resp.}$$

Con C.A.:

$$\frac{E}{I} = Z = \frac{110}{0.55} = 220 \text{ ohms (Impedancia)} \qquad \textit{Resp.}$$

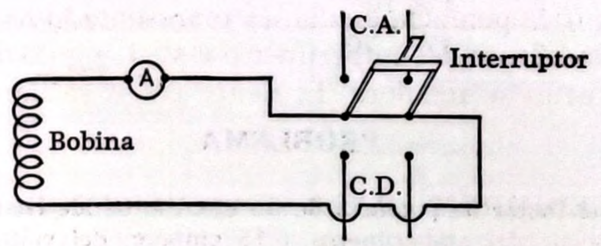


FIG. 98

Como:

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}; \text{ sustituyendo: } 200^2 = 100^2 + X^2$$

$$\therefore \quad X^2 = 40\,000 - 10\,000 = 30\,000$$

y finalmente:

$$X = \sqrt{30\,000} = 173 \text{ ohms (Reactancia)} \qquad \textit{Resp.}$$

Por otra parte:

$$X = 2\pi nL$$

$$\therefore \quad L = \frac{X}{2\pi n} = \frac{173}{2\pi(60)} = 0.459 \text{ henry (Inductancia)} \qquad \textit{Resp.}$$

PROBLEMA

Un radiorreceptor se sintoniza en una cierta estación por medio de una inductancia de 0.25 milihenry (2.5×10^{-4} henry) y de un condensador de 32.2 micromicrofarads (32.2×10^{-12} farad). ¿Cuánto vale la frecuencia de la estación y cuánto su longitud de onda?

SOLUCION

En un circuito sintonizado, la frecuencia de resonancia vale:

$$n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}}.$$

$$\therefore \quad n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{2.5 \times 10^{-4} \times 32.2 \times 10^{-12}}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{10^{16}}{81}}.$$

$$n = \frac{10^8}{2\pi 9} = \frac{10^8}{56.5} = 1.77 \times 10^6 \text{ ciclos por segundo.} \qquad \textit{Resp.}$$

La velocidad de las radioondas es de 3×10^{10} cm/seg y como $v = n\lambda$ para toda clase de ondas, se tiene despejando a λ:

$$\therefore \lambda = \frac{v}{n} = \frac{3 \times 10^{10}}{1.77 \times 10^{6}} = 1.7 \times 10^{4} = 17\,000 \text{ cm}$$

$$= 170 \text{ m} \qquad \textit{Resp.}$$

PROBLEMA

Calcular el factor de potencia de un circuito donde las siguientes lecturas prevalecen: del amperímetro, 0.15 ampere; del voltímetro 115^{v}; y del wátmetro 15.9 watts.

SOLUCION

Aplicando la ecuación:

$$\overline{p} = E_v I_a \cos \phi$$

$$\therefore \quad \cos \phi = \frac{\overline{p}}{EI} = \frac{15.9}{115(0.15)} = 0.92 \qquad \textit{Resp.}$$

Comentario. Este valor corresponde a un ángulo de fase, con atraso de la corriente con respecto al voltaje, de 23° y puede ser debido a una reactancia inductiva.

PROBLEMAS: CORRIENTE ALTERNA

1. Un amperímetro de C.A. indica 6 amperes en un circuito de 60 ciclos de C.A. Encontrar: (a) El valor R.C.M. de la corriente. (b) El valor máximo (pico) de la corriente. (c) El valor medio de la corriente.
2. Si una impedancia de 345 ohms está conectada a una C.A. de 115 volts, 60 ciclos, diga cuál es la corriente resultante a través de la impedancia.
3. Calcular la impedancia de una bobina que tiene una resistencia de 30 ohms y una reactancia de 40 ohms en una C.A. de 115 volts y 60 ciclos.
4. Una plancha está marcada 115 volts, 60 ciclos, 10 amperes. (a) Calcular el valor R.C.M. de la corriente cuando se conecte a una línea de 115 volts y 60 ciclos. (b) ¿Cuál es el valor pico de la corriente en la plancha?
5. Un aparato marcado 115 volts, 60 ciclos C.A., 750 watts, se encuentra que consume 9 amperes. ¿Cuánto vale el factor de potencia?
6. Un transformador está diseñado para suministrar 0.200 ampere a 600 volts, cuando el primario está conectado a una línea de 115 volts y 60 ciclos. Suponiendo una eficiencia de 100%, calcular la corriente que debe consumir el primario bajo carga completa.
7. La bobina primaria de un transformador ideal tiene 6 000 vueltas de alambre y la bobina secundaria tiene 600 vueltas. Se establece una diferencia de potencial de 550 volts entre las terminales de la bobina primaria. Encontrar la corriente que pasa por el circuito secundario si la impedancia de éste es de 27.5 ohms.

8. Una bobina consume 10 amperes de una línea de 110 volts a 60 ciclos. Cuando esta misma bobina se conecta en serie con una resistencia de 4 ohms a una línea de 110 volts de C.D., el consumo de corriente es de 5 amperes; calcular, (a) la impedancia, (b) la resistencia y (c) la inductancia de la bobina.
9. La corriente en el secundario de un transformador de 20 a 1 es de 40 amperes, cuando el voltaje aplicado al embobinado primario es de 2 200 volts; se supone que la eficiencia del transformador es de 100%. Calcular: (a) la corriente en el primario, (b) el voltaje en el secundario y (c) la potencia obtenida.
10. Calcular la frecuencia de resonancia de un circuito que consiste de una capacitancia de 50 micromicrofarads (50 picofarads) y de una inductancia de 60 millihenries.
11. Un aparato clasificado como de 115 watts se conecta a una línea de 115 volts y se encuentra que consume 1.15 amperes. ¿Cuánto vale el factor de potencia?
12. Calcular la impedancia de una bobina de "choque" que tiene una inductancia de 0.1 henry en una línea de 60 ciclos y una resistencia de 40 ohms.

Parte V

Luz

Capítulo 16

NATURALEZA DE LA LUZ

Aunque la luz se ha estudiado extensamente durante siglos y muchos de sus aspectos eran conocidos por los primeros científicos, sólo en las últimas décadas se ha descubierto la verdadera naturaleza de ella. La evidencia experimental ha apoyado algunas veces a la teoría corpuscular, y otras, a la teoría ondulatoria de la luz. A principios de 1920, la dificultad en reconciliar estas dos teorías opuestas se veía inalcanzable, pero por esa época la dualidad se resolvió satisfactoriamente con el concepto del *fotón*, tratado como un manojo de ondas.

No es propósito de este texto tratar sobre la naturaleza de la luz, ya que esto es evidente, se sale del ámbito de un primer curso de Física; la razón para introducir este tema es más bien indicar que el estudio estrictamente lógico de la luz no es tan sencillo de obtener como el estudio de la electricidad; la Optica se desarrolla, lógicamente, sólo cuando los conceptos de electricidad han sido establecidos.

Optica geométrica y óptica física. El estudio de la luz se divide de modo natural en dos grandes ramas; por un lado la llamada óptica geométrica, que trata de la propagación rectilínea de la luz y de las leyes de la reflexión y de la refracción regulares; estas leyes, que involucran líneas rectas y ángulos (geometría), explican la formación de imágenes ópticas por los instrumentos ópticos. Por otro lado, la óptica física trata aquellos aspectos de la luz que están más íntimamente relacionados con su naturaleza, tales como interferencia, difracción y color; estos términos serán tratados después. En este texto se dedica más atención a la óptica geométrica que a la física, principalmente porque la primera lleva a la solución de problemas numéricos con más facilidad que la segunda.

Fotometría. Es lógico empezar con el concepto de la luz moviéndose en líneas rectas en todas direcciones a partir de una fuente puntual; para expresar cuantitativamente la cantidad de luz emitida por dicha fuente, se sugiere la idea de envolver la fuente con una superficie esférica que colecte toda la luz; es natural, entonces, considerar como unidad de cantidad de luz aquella que se emite dentro de un ángulo sólido unitario (el *esterorradián*) por una fuente patrón (*la candela*); esta unidad de flujo luminoso se llama *lumen*.

El esterorradián es, en la geometría del espacio, lo que el radian es en la geometría plana. Mientras que un radián es un ángulo igual a la $\frac{1}{2\pi}$ ava parte de un círculo, un esterorradián es un ángulo sólido igual a la $\frac{1}{4\pi}$ ava parte de la esfera, es decir, es un cono de tal tamaño que 4π de ellos pueden ser agrupados en el espacio alrededor de un punto.

Intensidad de una fuente. La *candela*, se definía, hasta hace poco, como la *intensidad* de una flama, parecida a la de una vela, obtenida en una lámpara patrón, siendo el lumen la cantidad de luz emitida por la candela patrón en un esterorradián. Evidentemente, es una unidad de potencia radiante que también puede expresarse con watts; en realidad, 685 lúmenes de luz verde corresponden a un watt (el número anterior era 621). Actualmente, el lumen se define, para la luz verde, como $\frac{1}{685}$ watts y, entonces, la candela es la intensidad de una fuente puntual capaz de emitir un lumen en cada esterorradián. Por consiguiente, el número de lúmenes F, emitidos por una fuente puntual de intensidad I, vale $F = 4\pi I$.

Luminancia o brillo. Mientras que una fuente puntual tiene intensidad, una fuente extensa tiene *luminancia* (anteriormente llamada *brillo*); se expresa en candelas por unidad de área. Otra unidad de luminancia es el *lambert*, que se usa para superficies mates o difusamente reflectoras, caracterizadas por el hecho de que la luminancia no depende del ángulo bajo el que se ve la superficie.

Iluminancia o iluminación. Cuando la luz llega a una superficie ésta se ilumina o tiene iluminancia. La iluminancia E

es el número de lúmenes que recibe la unidad de área. A la distancia de un pie de una fuente de una candela, la iluminancia es de un lumen por pie cuadrado, o de un pie-candela. Puede demostrarse que:

$$E = \frac{I}{r^2} \cos \theta$$

donde I es la intensidad en candelas, r es la distancia de la fuente a la superficie y θ es el ángulo de incidencia de la luz en la superficie receptora, es decir, el ángulo entre el rayo y la normal a la superficie.

Mediciones fotométricas. La intensidad de una fuente puntual puede compararse con la de una fuente patrón, determinando la distancia a que debe colocarse con respecto a una pantalla para producir la misma iluminación que produce la fuente patrón a una distancia conocida. Aplicando la ley de inversa de cuadrados para incidencia normal:

$$E = \frac{I_1}{r_1^2} = \frac{I_2}{r_2^2}$$

donde los subíndices 1 y 2 se refieren, respectivamente, a la fuente patrón y a la incógnita. De donde:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2}.$$

PROBLEMA

Calcular el flujo luminoso emitido por una fuente de 10 candelas.

SOLUCION

De acuerdo con las definiciones anteriores debe emitirse un lumen por esterorradián de una candela. El espacio alrededor de un punto comprende 4π esterorradianes, por lo que:

$$F = 4\pi I.$$

$$\therefore \quad F = 4\pi(10) = 125.6 \text{ lúmenes. } \textit{Resp.}$$

PROBLEMA

¿Cuánto vale la iluminación a 10 pies directamente abajo de una fuente de 10 candelas?

SOLUCION

Esta es una aplicación apropiada de la ley inversa de cuadrados de la iluminación:

$$E = \frac{I}{r^2} = \frac{10}{10^2} = \frac{1}{10} \text{ lumen/pie}^2 = \frac{1}{10} \text{ pies-candelas. } \textit{Resp.}$$

PROBLEMA

Calcular la iluminación de una mesa que está a 5 pies del punto colocado a 10 pies directamente abajo de la fuente de 10 candelas del problema anterior.

SOLUCION

En este caso, la distancia de la fuente al punto en cuestión vale:

$$\sqrt{10^2 + 5^2} = \sqrt{125} \doteq 11.2 \text{ aprox.}$$

La luz incide en la mesa bajo el ángulo θ cuya tangente vale 5/10 = 0.50.

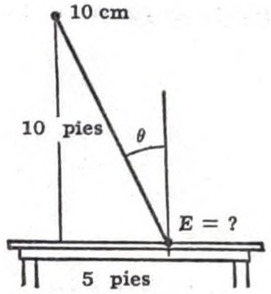


FIG. 99

$$\therefore \theta = 27°$$

Por lo que

$$\cos \theta = 0.89$$

En general:

$$E = \frac{I}{r^2} \cos \theta$$

$$\therefore E = \frac{10}{125}(0.89) = 0.071 \text{ pie-candelas. } \textit{Resp.}$$

PROBLEMA

Calcular a qué distancia de una pantalla debe colocarse una lámpara de 10 candelas, para que produzca la misma iluminación que una lámpara de 15 candelas colocada a 40 cm de la misma pantalla.

SOLUCION

Puesto que:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$$

Se deduce que:

$$r_2^2 = \frac{I_2}{I_1} r_1^2.$$

$I_1 = 15$ candelas; $I_2 = 10$ candelas; $r_1 = 40$ cm. Sustituyendo:

$$\therefore \quad r_2^2 = \frac{10}{15}(40)^2 = 1\,067$$

$$r_2 = \sqrt{1\,067} \doteq 32.7 \text{ cm. } \textit{Resp.}$$

PROBLEMA

Se desea una iluminación de 10 pies-candelas con propósito de lectura. ¿A qué distancia de la página impresa debe estar una lámpara de 100 watts? La lámpara tiene una eficiencia de 1.25 candelas por watt.

SOLUCION

A 1.25 candelas por watt, la lámpara de 100 watts equivale a una fuente de 125 candelas.

$E = \frac{I}{r^2}$; $E = 10$ pies-candelas; $I = 125$ candelas; por tanto:

$$r^2 = \frac{I}{E} = \frac{125}{10} = 12.5 \quad \therefore \quad r = 12.5 = 3.53 \text{ pies. } \textit{Resp.}$$

PROBLEMAS: LUZ Y FOTOMETRIA

1. Calcular la iluminación en pies-candelas, 5 pies abajo de una fuente de 100 candelas.
2. La iluminación de una mesa en un punto de 3 pies directamente abajo de una fuente puntual, es de 10 lúmenes/pie². Si la fuente se mueve 2 pies hacia arriba, ¿cuál será la iluminación del punto de la mesa?
3. Una lámpara patrón de 20 candelas se encuentra a 2 m de una lámpara de comparación. El punto de igual iluminación se encuentra a 70 cm del patrón. Una lámpara desconocida se coloca en el lugar de la lámpara patrón, obteniéndose entonces el punto de igual iluminación a 90 cm de la lámpara desconocida. ¿Cuánto vale la intensidad, en candelas, de la lámpara desconocida?
4. Una lámpara patrón de 40 candelas se encuentra a 210 cm de una lámpara de comparación. El punto de igual iluminación se obtiene cuando la pantalla del fotómetro está colocada a 70 cm de la lámpara de comparación. ¿Cuánto vale la intensidad de esta lámpara?

5. Una lámpara de 60 watts tiene una eficiencia luminosa de 10 lúmenes por watt. (a) Calcular el valor del flujo emitido. (b) Calcular la intensidad de la lámpara, suponiendo que la luz se emite uniformemente en todas direcciones. (c) Si la iluminación de una pantalla, debida a esta lámpara, es de 4 pies-candelas, ¿cuánto vale la iluminación de la pantalla cuando se dobla la distancia entre aquélla y la lámpara?
6. Una lámpara de intensidad desconocida se coloca a 100 cm de una lámpara de 40 candelas. La iluminación es la misma en los dos lados de una pantalla fotométrica, cuando la pantalla está a 40 cm de la lámpara de 40 candelas. Calcular: (a) La intensidad de la lámpara desconocida, (b) la iluminación en cada lado de la pantalla.
7. La iluminación a pleno sol es de 9 600 lúmenes/pie^2. Calcular el flujo total que incide en un vidrio de 2×3 pies, cuando su plano es perpendicular a los rayos del sol.
8. El flujo luminoso total emitido por cierto arco de carbón se calcula que vale 12 000 lúmenes. Suponiendo que el arco es una fuente puntual, ¿cuánto vale su intensidad?
9. La fuente luminosa patrón de un fotómetro tiene una intensidad de 50 candelas. ¿Cuánto valdrá la iluminación de una pantalla a 75 cm de distancia?
10. Una superficie recibe una iluminación de 4 pies-candelas con una lámpara de 36 candelas. ¿A qué distancia se encuentra?
11. Calcular la iluminancia (iluminación) producida en el piso, por una lámpara con reflector si el área de la zona iluminada es de 2 pies^2 y si el haz luminoso, producido colocando el reflector detrás de una fuente puntual de 10 candelas, colecta toda la luz emitida en un haz paralelo. Se supone que no hay absorción de la luz por el aire colocado entre el piso y la lámpara.
12. Una lámpara de 20 candelas y una desconocida están montadas en un banco fotométrico, a 200 cm de distancia. Calcular la intensidad de la lámpara desconocida si una pantalla colocada a 70 cm de la lámpara conocida, se encuentra uniformemente iluminada.
13. Una fuente luminosa consiste en un grupo de lámparas formada por dos de 60 watts y una de 100 colocadas a 6 pies de una superficie. Calcular la iluminancia de dicha superficie, suponiendo una eficiencia de 10 lúmenes por watt en cada lámpara.
14. Una fuente luminosa puntual produce una iluminación de 5 pie-candelas a la distancia de 4 pies. ¿Qué iluminación resultará si la fuente luminosa se aleja 4 pies?
15. Una lámpara con reflector proyecta un haz de 16 lúmenes por pie^2 sobre una mesa, de tal manera que el haz luminoso hace un ángulo de 60° con la horizontal. ¿Cuánto vale la iluminación donde el haz llega a la mesa?
16. Una lámpara de 32 candelas está directamente a 4 pies encima de un escritorio. Una segunda lámpara está a 4 pies arriba del escritorio pero a 10 pies, medidos horizontalmente, de la primera lámpara. Calcular la intensidad luminosa de la segunda lámpara, si las dos juntas producen, sobre el escritorio, doble iluminación que una sola.

17. Una lámpara eléctrica manual concentra 50 lúmenes/pie^2 en una superficie a 6 pies de distancia. Si el reflector y la lente de la lámpara se quitan, ¿qué intensidad luminosa necesita la lámpara para producir la misma iluminación que antes?
18. Una lámpara de automóvil de 32 candelas se coloca en el centro de curvatura de un espejo cóncavo, que subtiende exactamente 2 esterorradianes de ángulo sólido. Calcular el flujo que recibe el espejo.

Ley de la reflexión regular. Cuando la luz incide en una superficie especular, se refleja de tal manera que el ángulo de reflexión, medido con respecto a la normal (perpendicular) a la superficie, es igual al ángulo de incidencia, medido también con respecto a la normal. Además, ambos ángulos y la normal están en el mismo plano. Este fenómeno se llama *reflexión regular*, y la ley de los ángulos se conoce como la ley de la reflexión regular (véase la Fig. 100).

$$r = i$$

Ley de la refracción. Cuando un rayo de luz incide en la superficie que limita dos medios transparentes, parte se refleja de acuerdo con la ley de la reflexión regular, pero parte se refracta, esto es, se transmite dentro del segundo medio. Dependiendo de si el segundo medio es ópticamente más o menos denso que el primero, la velocidad de la luz aumenta o disminuye al cruzar la superficie límite, con el resultado de que si el rayo es oblicuo experimenta un cambio de dirección. La relación entre el seno del ángulo de incidencia y el seno del ángulo de refracción (ambos ángulos medidos con respecto a la normal) es constante, según lo encontró Snell. La constante se llama índice de refracción del segundo medio con respecto al primero; de acuerdo con la teoría ondulatoria el índice de refracción absoluto de un medio es la relación entre la velocidad de la luz en el vacío y la velocidad de la luz en el medio dado (véase la Fig. 101). La ley de Snell se escribe:

$$n = \frac{\operatorname{sen} i}{\operatorname{sen} r}$$

Es preferible escribir:

$$n \frac{n_2}{n_1},$$

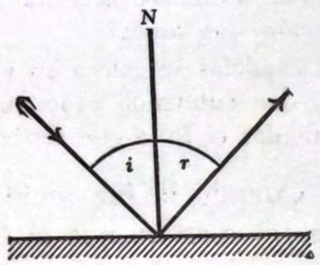


FIG. 100

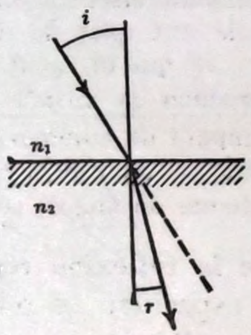


FIG. 101

siendo n_2 el índice absoluto de refracción del segundo medio y n_1 el del primero. Por consiguiente, una forma más general de la ley de Snell es la siguiente:

$$n_1 \operatorname{sen} i = n_2 \operatorname{sen} r.$$

Debe notarse que cuando un rayo de luz pasa de un medio de menor índice (un medio ópticamente enrarecido) a un medio de mayor índice (medio ópticamente denso), el rayo se desvía acercándose a la normal, y viceversa, un rayo que pasa de un medio denso a uno enrarecido se desvía alejándose de la normal.

Reflexión total interna. Consideremos ahora el caso de la luz que pasa de un medio denso a otro enrarecido (de un medio de mayor a uno de menor índice de refracción); en este caso es evidente que el ángulo de refracción no puede ser mayor de 90°; para este ángulo corresponde un cierto ángulo de incidencia, i_c, (véase la Fig. 102), que puede encontrarse por la ley de Snell:

$$n_1 \operatorname{sen} i = n_2 \operatorname{sen} r.$$

$$\therefore \qquad \operatorname{sen} i = \frac{n_2}{n_1} \operatorname{sen} r.$$

Cuando $r = 90°$: $\qquad \operatorname{sen} i_c = \dfrac{n_2}{n_1}$

Los ángulos de incidencia mayores que i_c, corresponderían a ángulos de refracción mayores que 90°, lo que es imposible; por lo tanto, i_c es un ángulo crítico de incidencia.

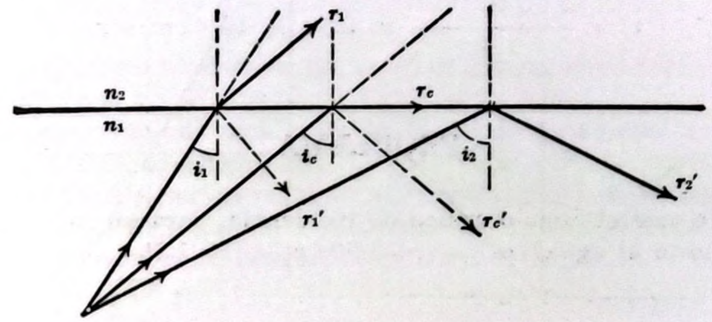
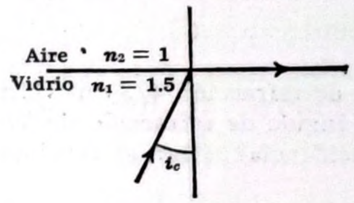


FIG. 102

Se ha encontrado, experimentalmente, que cuando el ángulo de incidencia es mayor que i_c, se presenta una reflexión total dentro del medio inicial; en realidad, se presenta una reflexión parcial en los ángulos de incidencia menores que i_c, pero para todos los ángulos mayores que i_c la reflexión es completa.

En el caso del vidrio y el aire:



$$\operatorname{sen} i_c = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{1.5} = 0.667$$

$$\therefore \qquad i_c \doteq 42°$$

FIG. 103

En consecuencia, se presenta la reflexión total interna para todos aquellos ángulos de incidencia mayores que 42°.

PROBLEMA

¿Qué velocidad lleva la luz en el vidrio, cuyo índice de refracción es 1.5?

SOLUCION

Por definición, el índice de refracción n es la relación entre la velocidad de la luz en el vacío (3.00×10^{10} cm/seg) y la velocidad de la luz en el medio en cuestión; por tanto:

$$n = \frac{3.00 \times 10^{10}}{v} = 1.5$$

$$\therefore \quad v = \frac{3.00 \times 10^{10}}{1.5} = 2.00 \times 10^{10} \text{ cm/seg} \qquad \textit{Resp.}$$

PROBLEMA

¿Cuánto vale el ángulo crítico de incidencia, para un rayo de luz que pasa del vidrio al agua? $n_{\text{vidrio}} = 1.50$; $n_{\text{agua}} = 1.33$.

SOLUCION

Por la ley de Snell, n_1 sen $i = n_2$ sen r. En el ángulo crítico de incidencia, sen $r = 1$; por tanto:

$$\text{sen } i = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1.33}{1.50} = 0.887$$

$$i_c \doteq 62^\circ \qquad \textit{Resp.}$$

PROBLEMAS: REFLEXION Y REFRACCION REGULARES

1. Un rayo luminoso pasa del agua (índice de refracción 4/3) al vidrio (índice de refracción 3/2) haciendo un ángulo de refracción de 30°. ¿Cuánto vale el seno del ángulo de incidencia? (Dar el resultado como fracción.)
2. El ángulo de incidencia de un rayo de luz que pasa del vidrio ($n = 1.50$) al agua ($n = 1.33$) es de 45°; calcular el seno del ángulo de refracción.
3. La velocidad de la luz en el vacío es de 3×10^{10} cm/seg y en cierto tipo de vidrio es de 1.80×10^{10} cm/seg. ¿Cuánto vale el índice de refracción de este vidrio?
4. Si el ángulo crítico para un rayo de luz que entra del aire al vidrio es arc sen 0.67, ¿cuánto vale el índice de refracción del vidrio?
5. La velocidad de la luz es de 3×10^{10} cm/seg. Calcular la frecuencia de las ondas luminosas, si la longitud de onda vale 555×10^{-7} cm.
6. Una capa de agua ($n = 1.33$) reposa sobre una capa de cloroformo ($n = 1.45$). Un rayo de luz llegando por el agua atraviesa las superficies entre los líquidos, haciendo un ángulo de 30° con la normal. ¿Cuánto vale el seno del ángulo de refracción?
7. Una persona de 6 pies de altura se para a 4 pies enfrente de un espejo plano. (a) ¿Dónde está su imagen? (b) ¿De qué estatura es su imagen? (c) ¿Cuál es el espejo más corto en que esta persona puede mirarse de cuerpo entero? (d) ¿Depende la respuesta anterior de la distancia que haya entre la persona y el espejo?

8. Encontrar el ángulo que debe girar un espejo plano para que la imagen gire 90°.
9. Calcular la velocidad de la luz en el diamante, cuyo índice de refracción vale 2.4.
10. El ángulo crítico de incidencia en la sal de roca es de 41°. ¿Cuánto vale su índice de refracción?
11. Una lámpara eléctrica manual, sumergida abajo de la superficie de un líquido, exhibe un cono luminoso que es intersectado por la superficie formando un círculo iluminado. El índice de refracción del agua es 1.33. ¿A qué profundidad debe estar la lámpara para que el círculo iluminado tenga 120 cm de diámetro?
12. El índice de refracción del vidrio es 1.50 y el del agua 1.33. Calcular el ángulo crítico si un pedazo de vidrio está sumergido en agua.

Capítulo 17

OPTICA GEOMETRICA

Cuando caen los rayos de luz en una superficie esférica experimentan cambios de dirección por refracción, por reflexión o por ambas, produciéndose interesantes y a veces insólitos resultados. Los rayos de luz de un objeto iluminado colocado enfrente de una superficie esférica, pueden desviarse pareciendo provenir de una imagen del objeto; en otras palabras, las imágenes pueden formarse sirviéndose de las leyes de la refracción y de la reflexión en el diseño de los aparatos ópticos. Las imágenes de los objetos pueden localizarse ya sea por métodos matemáticos o por métodos gráficos, que ahora serán considerados en el estudio de la óptica geométrica; empezaremos con la refracción y la reflexión en una superficie esférica única.

Superficie esférica única. Consideremos un punto P en el eje de una superficie esférica de radio R y a una distancia u de ella, como se ve en la Fig. 104. Es preciso adoptar un conjunto de convenciones con objeto de que los signos algebraicos tengan un significado físico; en diferentes libros de texto se usan diferentes convenciones; desde luego, puede usarse cualquiera de ellas, pero es absolutamente necesario seguir siempre una sola, .pues no puede cambiarse la convención de signos a la mitad de un problema.

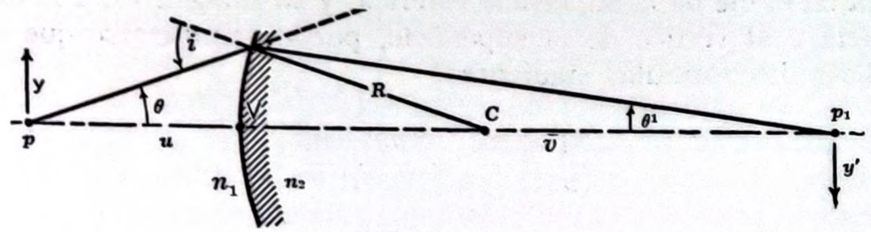


FIG. 104

Convención de signos recomendada

1. Dibujar siempre los diagramas con la luz pasando de izquierda a derecha, esto es, colocar siempre el objeto a la izquierda de la superficie esférica en cuestión.

2. Suponer la distancia u del objeto (medida hasta el vértice V) positiva cuando el objeto se encuentra a la izquierda del vértice.

3. La distancia v de la imagen (también medida a partir de V) es positiva cuando la imagen está a la derecha de V, y negativa cuando está a la izquierda.

4. El radio de curvatura R se considera positivo cuando el centro C de la superficie está a la derecha del vértice, y negativo cuando está a la izquierda.

5. Todos los ángulos deben medirse con respecto al eje de la superficie, o bien con respecto a la normal a la superficie, según se requiera. Los ángulos serán positivos cuando se miden en sentido contrario a las manecillas del reloj a partir del eje o de la normal a la superficie; cuando se miden en sentido de las manecillas serán negativos.

6. Se considera que el primer medio (el medio a la izquierda de la superficie) tiene el índice de refracción n_1 y que el segundo medio (el de la derecha) tiene el índice de refracción n_2, como en el diagrama anterior.

7. Las dimensiones transversales del objeto se indican con la letra y y se consideran positivas cuando apuntan hacia arriba. El tamaño de la imagen (dimensión transversal) se representa por y', que también será positivo si apunta hacia arriba y negativo si apunta hacia abajo.

Superficie esférica única: fórmula de los rayos paraxiales. Refiriéndonos nuevamente al diagrama, en donde un punto P está en el eje de la superficie esférica, y su imagen P^1, a la distancia v al vértice de la superficie, puede demostrarse que se aplican las fórmulas siguientes:

$$\frac{n_1}{u} + \frac{n_2}{v} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

$$\frac{y'}{y} = -\frac{n_1 v}{n_2 u}.$$

Estas fórmulas se aplican cuando los ángulos θ y θ^1 son muy pequeños (para los llamados rayos centrales o paraxiales). El aumento lateral m se define como y^1/y (tamaño de la imagen dividida entre el tamaño del objeto).

Debe notarse que $m = 1$ significa que la imagen y el objeto tienen el mismo tamaño. La disminución no significa aumento negativo, sino aumento fraccionario. El aumento negativo solamente significa que la imagen está invertida con respecto al objeto.

Casos especiales.

1. Las fórmulas anteriores se aplican, no sólo a superficies esféricas sino también a las superficies planas; en éstas $R = \infty$ y $\frac{1}{R} = 0$.

2. Las fórmulas anteriores se aplican también en la reflexión, cuando la luz se refleja hacia atrás en el medio original; en este caso $n_2 = -n_1$. Así, para un espejo esférico:

$$\frac{n_1}{u} + \frac{(-n_1)}{v} = \frac{-n_1 - n_1}{R}$$

$$\frac{1}{u} - \frac{1}{v} = -\frac{2}{R},$$

$$m = +\frac{v}{u}.$$

Reflexión en una superficie esférica. La reflexión puede estudiarse con un método gráfico, llamado a veces el método de diagrama de rayos. Consideraremos sucesivamente a los espejos convexos, cóncavos y planos.

ESPEJO CONVEXO. Consideremos un objeto O, con la forma de una flecha vertical, colocado enfrente de un espejo convexo de radio R y con su base en el eje del espejo (véase la Fig. 105). Cada punto del objeto O puede considerarse que emite rayos de luz en todas direcciones; tomaremos en cuenta sólo dos de los rayos emitidos por la punta de la flecha: uno paralelo al eje y el otro en la dirección del centro C. El primero se caracteriza en que al reflejarse, como el ángulo de reflexión es igual al de incidencia, el rayo reflejado parece emitido por el punto F,

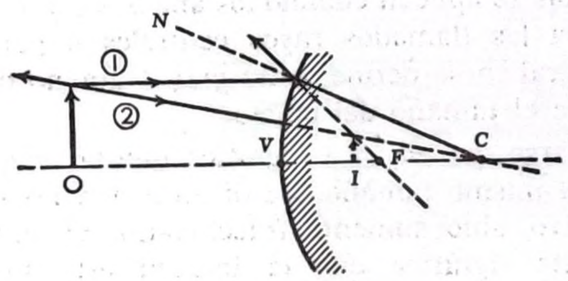


FIG. 105

llamado *punto focal*. El segundo se caracteriza porque el ángulo de incidencia es cero, por lo que se refleja sobre sí mismo pareciendo provenir del centro C. Después de la reflexión esos dos rayos, que en realidad se originan en el mismo punto, parecen originados de otro punto común, que será por tanto la imagen del punto original: así, *I* es la imagen de *O*, porque cada punto del objeto está reproducido en su imagen.

El procedimiento para localizar la imagen es el siguiente:

1. Se dibuja un diagrama con el objeto a la izquierda de la superficie, para que la luz proceda de izquierda a derecha de acuerdo con las convenciones mencionadas antes.

2. Se consideran dos rayos partiendo del extremo superior del objeto, uno paralelo al eje y el otro dirigido hacia el centro de curvatura de la superficie.

3. En el caso de la superficie *convexa* el rayo paralelo debe ser reflejado *a partir* del punto focal (que se encuentra a la mitad de la distancia entre el centro y el vértice). En el caso de la superficie *cóncava* (véase el diagrama que sigue) los rayos reflejados deben pasar *por* el punto focal; estos rayos se prolongan indefinidamente.

4. El rayo dirigido hacia el centro debe reflejarse hacia atrás sobre sí mismo; prolongarlo indefinidamente.

5. El punto donde los dos rayos reflejados se intersectan, es la imagen del extremo superior del objeto; se une este punto con el eje.

ESPEJO CÓNCAVO. Siguiendo el procedimiento anterior se dibuja la Fig. 106; en la figura puede verse que el objeto está más lejos que la imagen, formándose ésta a la izquierda e invertida; esta imagen es una *imagen real* porque en realidad los rayos se intersectan en el espacio; esta imagen puede ser recibida en una pantalla colocada donde la imagen se forma. En el caso ya visto

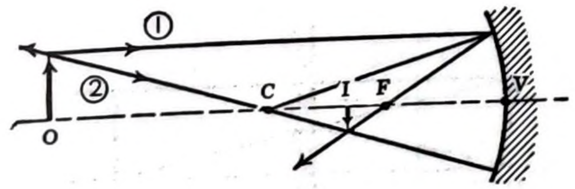


FIG. 106

del espejo convexo, la intersección fue sólo aparente, no real, porque detrás del espejo no se encuentran rayos de luz; en este caso la imagen se llama *imagen virtual*.

Si, en el caso del espejo *cóncavo*, el objeto está relativamente cerca del espejo, es decir, entre el foco y el vértice (Fig. 107),

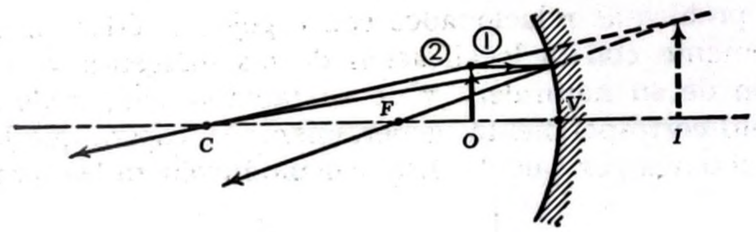


FIG. 107

la imagen es también virtual, es decir, a la derecha del vértice, siendo derecha. Todas las *imágenes virtuales* formadas por una superficie única son *derechas*, y todas las *imágenes reales* formadas por una superficie única son *invertidas*. Los espejos cóncavos pueden formar tanto imágenes reales (invertidas) como virtuales (derechas), dependiendo de si el objeto está más allá del foco o entre el foco y el vértice; los espejos convexos pueden formar solamente imágenes virtuales.

ESPEJO PLANO. En este caso el espejo se considera de radio infinito y las imágenes obtenidas son siempre virtuales y derechas, a la misma distancia a la derecha del espejo, que la distancia del objeto a la izquierda de él. Véase la Fig. 108.

Dicho sea de paso, las imágenes formadas por los espejos convexos no son sólo virtuales sino también son más pequeñas que el objeto. Por otro lado, las imágenes virtuales producidas por los espejos cóncavos son siempre mayores que el objeto. Las imágenes reales formadas por los espejos cóncavos pueden ser disminuidas o aumentadas según sea la distancia del objeto al espejo comparada con la distancia focal. Las imágenes virtua-

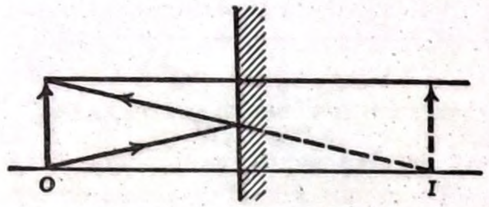


FIG. 108

les formadas por los espejos planos son del mismo tamaño que el objeto.

PROCEDIMIENTO PARA RESOLVER PROBLEMAS

Los problemas relacionados con espejos esféricos tratan invariablemente con la localización de las imágenes y la determinación de su naturaleza y de su tamaño comparado con el del objeto correspondiente; generalmente se espera que la solución se obtenga por cálculo. Este cálculo involucra las fórmulas:

$$\frac{1}{u} - \frac{1}{v} = -\frac{2}{R}$$

$$m = \frac{v}{u} = \frac{y^1}{y}.$$

En todos los casos, sin embargo, debe dibujarse un diagrama de rayos, aunque no sea más que un esquema dibujado aproximadamente a escala. Es muy fácil confundir los signos algebraicos, por lo que el diagrama de rayos sirve como una comprobación útil del álgebra, así como para dar un cierto "sentido" físico al problema.

PROBLEMA

Un objeto se encuentra en el eje y a 20 cm de espejo esférico cóncavo, cuya distancia focal es de 10 cm. Localizar la imagen. ¿Es ésta real o virtual? ¿Qué tamaño tiene comparada con el del objeto?

SOLUCION

La palabra cóncavo, cuando se aplica a un espejo, sugiere un espejo, que si se siguen las convenciones de este texto, es aquel cuyo centro de

curvatura está a la izquierda de la superficie por lo que el radio de curvatura es negativo.

MÉTODO DEL DIAGRAMA DE RAYOS

La distancia focal de un espejo se toma siempre igual a la mitad del radio de curvatura; en consecuencia, el diagrama de rayos correspondiente es como el de la Fig. 109.

$F = 10.$
$R = -20.$

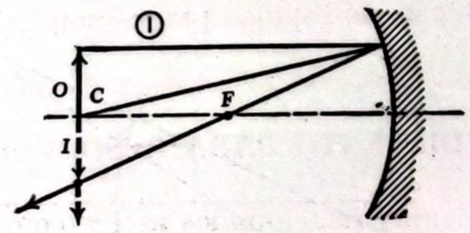


FIG. 109

La imagen es invertida y se encuentra a la misma distancia del espejo que el objeto.

MÉTODO CON FÓRMULAS

$$\frac{1}{u} - \frac{1}{v} = -\frac{2}{R}.$$

$$\frac{1}{20} - \frac{1}{v} = -\frac{2}{-20} = +\frac{2}{20}.$$

$$\therefore \frac{1}{v} = -\frac{1}{20}. \qquad \therefore v = -20 \text{ cm. (a la izquierda)} \quad \textit{Resp.}$$

$$m = \frac{v}{u} = \frac{-20}{20} = -1.$$ (Imagen invertida y del mismo tamaño que el objeto y por tanto real) *Resp.*

PROBLEMA

¿Dónde debe encontrarse un objeto enfrente de un espejo cóncavo, para que se forme una imagen virtual? El radio del espejo vale 20 cm y la imagen debe estar a 20 cm atrás del espejo, es decir, a su derecha.

SOLUCION

MÉTODO CON FÓRMULAS

$$\frac{1}{u} - \frac{1}{v} = -\frac{2}{R}.$$

$$\frac{1}{u} - \frac{1}{20} = -\frac{2}{-20}. \qquad \therefore \frac{1}{u} = \frac{3}{20}. \qquad \therefore u = 6\tfrac{2}{3} \text{ cm.}$$

adelante del espejo. *Resp.*

MÉTODO DEL DIAGRAMA DE RAYOS

Para que se obtenga una imagen virtual con el espejo cóncavo, el objeto deberá estar entre el foco y el espejo.

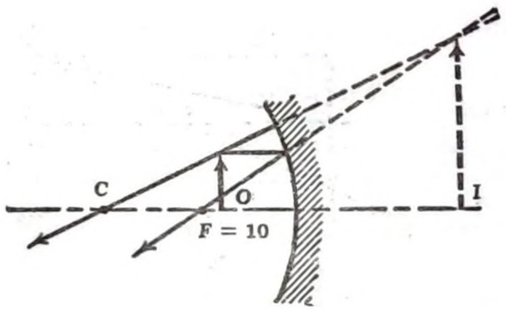


FIG. 110

Estando la imagen a 20 cm a la derecha del espejo, el rayo reflejado, cuya prolongación pasa por el extremo superior de la imagen, debe pasar por el foco y antes de reflejarse debe estar paralelo al eje.

El rayo reflejado, cuya prolongación pasa por el extremo superior de la imagen y por el centro de curvatura, debe haber caido en la misma dirección.

Por tanto, donde se crucen los dos rayos incidentes estará localizada la parte superior del objeto, a unos $6\frac{2}{3}$ cm al frente del espejo cóncavo. El diagrama comprueba así los cálculos.

PROBLEMA

Un objeto en forma de flecha, de 1.2 cm de altura, se encuentra a 24 cm al frente de un espejo convexo cuyo radio de curvatura es de 16 cm. ¿Cuál es la naturaleza de la imagen? ¿Dónde está? ¿De qué tamaño es?

SOLUCION

MÉTODO CON FÓRMULAS

$$\frac{1}{u} - \frac{1}{v} = -\frac{2}{R}$$

$$\frac{1}{24} - \frac{1}{v} = -\frac{2}{16}.$$

$$\therefore \frac{1}{v} = \frac{1}{24} + \frac{1}{8} = \frac{1}{24} + \frac{3}{24} = \frac{4}{24}.$$

$$v = \frac{24}{4} = +6.$$

La imagen se encuentra a 6 cm a la derecha de la superficie. *Resp.*

$$m = \frac{v}{u} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}.$$

La imagen es derecha, virtual, y de $\frac{1}{4}$ del tamaño del objeto, o sea de 0.3 cm. *Resp.*

MÉTODO DEL DIAGRAMA DE RAYOS

La imagen está a unos 6 cm a la derecha de la superficie y es aproximadamente $\frac{1}{4}$ del tamaño del objeto. Véase la Fig. 111.

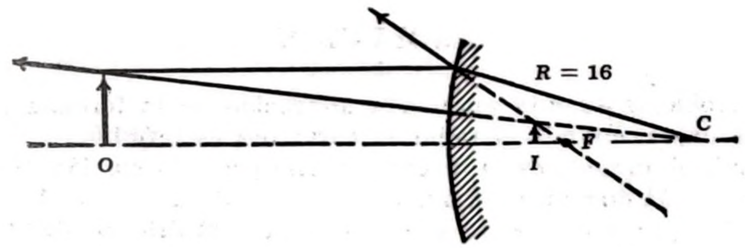


FIG. 111

PROBLEMA

Este problema es una aplicación de la fórmula de la reflexión, aplicada a una superficie única. Una canica de vidrio, de 2 cm de diámetro tiene un pequeño defecto a 0.5 cm de la superficie. ¿Dónde parece estar y de qué tamaño se ve con relación a su tamaño real?

SOLUCION

Este problema es una aplicación directa de la fórmula de los rayos paraxiales. Dibújese el diagrama, notando que el defecto (que se supone iluminado) es el objeto de donde la luz parte, pasando del vidrio ($n_1 = 1.5$) al aire ($n_2 = 1.0$).

$D = 2$ cm. $\quad \therefore \quad R = 1$ cm.

$u = 0.5, \quad v = ?$

$$\frac{n_1}{u} + \frac{n_2}{v} = \frac{n_2 - n_1}{R}.$$

$$\frac{1.5}{.5} + \frac{1}{v} = \frac{1.0 - 1.5}{-1}$$

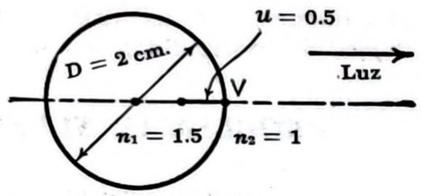


FIG. 112

$$\frac{1}{v} = 0.5 - 3 = -2.5$$

$v = -\dfrac{1}{2.5} = -0.4$ (La imagen está a 0.4 cm, a la izquierda de V).

$m = -\dfrac{n_1 v}{n_2 u} = -\dfrac{1.5(-0.4)}{1(0.5)} = +1.2$ (La imagen es derecha, virtual y de tamaño 1.2 veces del objeto.) *Resp.*

PROBLEMA

Una alberca de fondo plano tiene 8 pies de profundidad. Calcular cuál será la profundidad aparente cuando está llena con agua cuyo índice de refracción es 4/3.

SOLUCION

Este problema es una apropiada aplicación de la fórmula para una superficie única, cuando el radio de curvatura es infinito.

El fondo iluminado de la alberca (o una pequeña porción de él) es la fuente de luz, la que pasa del agua ($n_1 = 4/3$) al aire ($n_2 = 1.0$). La distancia del objeto es de 8 pies. El problema consiste en determinar la distancia de la imagen.

Para seguir las convenciones mencionadas antes, la alberca debe dibujarse con el fondo vertical para que la luz pase de izquierda a derecha, es decir, del medio n_1 al medio n_2. Véase la Fig. 113. Aplicando la fórmula para una sola superficie:

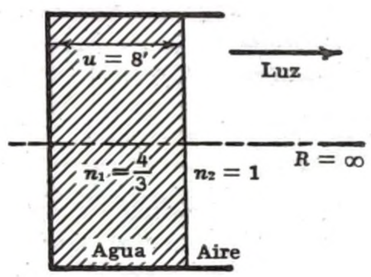


FIG. 113

$$\frac{n_1}{u} + \frac{n_2}{v} = \frac{n_2 - n_1}{R}.$$

$$\frac{4}{8} + \frac{1}{v} = \frac{1 - \frac{4}{3}}{\infty} = 0.$$

$$\therefore \quad \frac{1}{v} = -\frac{4}{24} = -\frac{1}{6}.$$

$$\therefore \quad v = -6.$$

(La imagen está del mismo lado que el objeto. La alberca parece ser de 6 pies de profundidad, en lugar de 8 pies). *Resp.*

PROBLEMAS: SUPERFICIE ESFERICA SENCILLA

1. Si la distancia focal de un espejo cóncavo es de 60 cm. ¿Cuánto vale su radio de curvatura?

2. Si un objeto está a 50 cm de un espejo cóncavo de 60 cm de radio, ¿dónde está la imagen? Calcúlese la distancia de la imagen al espejo y dígase si se encuentra adelante o atrás del espejo.
3. Un espejo esférico tiene un radio de curvatura de +20 cm. Hacer un esquema, indicando la posición del foco. (a) ¿Cuánto vale la distancia focal? (b) Calcular la distancia de la imagen de un objeto colocado a 30 cm del espejo. (c) ¿Está la imagen enfrente o atrás del espejo? (d) ¿Es la imagen real o virtual?
4. Un objeto luminoso está colocado a 20 cm del vértice de un espejo cóncavo de 60 cm de radio. (a) Localizar la imagen. (b) ¿Es virtual o real?
5. Una fuente luminosa puntual está a 3 pies arriba de la superficie de un tanque de agua, (índice de refracción = 1.33). Encontrar el seno del mínimo ángulo de incidencia para que se presente la reflexión total interna.
6. La superficie frontal de un bloque de vidrio, ($n = 1.5$) es convexa, con un radio de curvatura de 15 cm. Un objeto se encuentra a 5 cm al frente de la superficie; ¿a qué distancia está la imagen? ¿Está la imagen adelante o atrás de la superficie?
7. Un hombre de 6 pies de altura se encuentra a 10 pies de distancia de un espejo convexo cuyo radio de curvatura es de 5 pies. (a) ¿La imagen es real o virtual? (b) ¿Qué altura tiene la imagen? (c) ¿Está la imagen del mismo lado del espejo que del hombre? (d) ¿La imagen es invertida o derecha?
8. Un fotógrafo toma una fotografía de un tanque de agua muy claro desde la parte superior, enfocando su cámara en el fondo del tanque. Si éste tiene en realidad 4 pies de profundidad, ¿cuánto es su profundidad aparente? El índice de refracción del agua es 4/3.
9. Un bloque de vidrio plano tiene un defecto que se ve a 5 cm de distancia de la superficie. Suponiendo que el índice de refracción del vidrio es de 1.6, calcular por medio de la fórmula para una superficie única, la verdadera profundidad del defecto.
10. Una persona está mirando lateralmente una piscina rectangular llena de agua cuyo índice de refracción es de 1.33. El respaldo del tanque parece estar a 3 pies de la superficie frontal; realmente, ¿a qué distancia se encuentra?
11. Un gato mira un pez dorado que se encuentra en el centro de una pecera esférica llena de agua y cuyo radio es de 20 cm. (a) ¿Dónde está la imagen del pez? Despréciese el efecto del vidrio. El índice de refracción del agua es 4/3. (b) ¿Cuánto vale el aumento de la imagen?
12. Calcular el radio de curvatura de un espejo convexo que forma una imagen de un cuarto del tamaño del objeto; el objeto se encuentra a 6 pies al frente del espejo.
13. ¿Dónde deberá estar colocado un objeto, enfrente de un espejo cóncavo de radio R, para que la imagen se sobreponga con el objeto? ¿Es la imagen real o virtual?
14. Una bola ornamental plateada, de 6 plg de diámetro, forma la imagen de un objeto colocado a 2 pies al frente de la bola. Localizar la imagen con un diagrama y calcular su posición.

15. La luz del sol brilla sobre una esfera de vidrio de 4 plg de radio. Aplicando la fórmula para una sola superficie, sucesivamente a cada superficie, y tratando la imagen obtenida en la primera superficie como objeto para la segunda, calcular la posición de la imagen del sol ($n = 1.5$). Siempre que una imagen obtenida por una superficie actúa como objeto para una segunda superficie, pero está localizada a la derecha de la segunda superficie, recibe el nombre de objeto virtual y debe ponérsele signo negativo.
16. Una persona se encuentra a 12 plg de un espejo cóncavo de 36 plg de radio y mira la imagen de su propio ojo. Calcular la localización y el aumento de la imagen.
17. Una lente de vidrio plano convexa, de 2 plg de espesor, descansa sobre su lado plano sobre un periódico. La superficie curvada tiene un radio de 12 plg, siendo el índice de refracción del vidrio de 1.50. Localizar y determinar el aumento de la imagen de las letras en contacto con la superficie del vidrio, cuando se ve desde arriba.
18. Un cubo de vidrio de caras pulidas, de 2 plg de arista, descansa sobre un periódico ($n = 1.5$). ¿Dónde parecerá estar la imagen del periódico para un observador colocado directamente arriba del cubo?
19. Si un espejo cóncavo de -3 pies de radio, sirve para proyectar en una pantalla la imagen de un objeto con un aumento igual a 3, ¿a qué distancia del espejo debe colocarse el objeto?
20. Usando la fórmula para una superficie única, calcular la localización y tamaño de la imagen de una persona de 6 pies de estatura parada a 3 pies de un espejo plano.

Las lentes delgadas en el aire. El método que se acaba de bosquejar para encontrar la imagen formada por una superficie esférica, puede aplicarse a una sucesión de superficies esféricas centradas. La imagen formada por la primera sirve de objeto para la segunda, etc. Por otra parte, es más conveniente, en el caso de dos superficies suficientemente juntas, con el mismo primer y tercer medio (una *lente delgada*), resolver el problema algebraicamente con una sola fórmula, en lugar de resolver el problema para cada superficie por separado.

En la Fig. 114, u_1 es la distancia del objeto al vértice V_1 de la primera superficie, cuyo radio de curvatura es R_1 y que separa al medio n_1 del medio n_2. La aplicación de la fórmula de los rayos paraxiales para una sola superficie, es:

$$\frac{n_1}{u_1} + \frac{n_2}{v_1} = \frac{n_2 - n_1}{R_1}$$

de donde se despeja a v_1. Al calcular esta primera imagen resulta encontrarse a la derecha del vértice V_2 de la segunda superficie, cuyo radio de curvatura es R_2. Tomando esta imagen

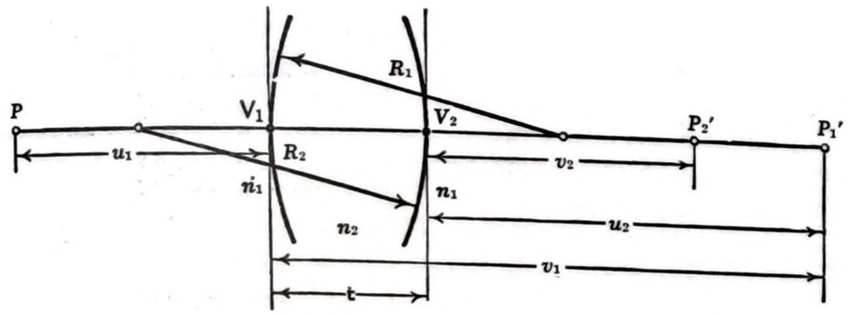


FIG. 114

como objeto para la segunda superficie, cuyo radio de curvatura es R_2, evidentemente no puede tomarse a la izquierda, como exige la convención; pero dando a u_2 signo negativo, la fórmula correspondiente puede servir para la segunda superficie:

$$\frac{n_2}{u_2} + \frac{n_1}{v_2} = \frac{n_1 - n_2}{R_2}$$

Por consiguiente, v_2 puede calcularse.

Combinando algebraicamente las dos ecuaciones anteriores y teniendo en cuenta que $u_2 = -v_1$, si la separación t es despreciable, se obtiene una sola fórmula que, en el caso de dos superficies muy próximas rodeadas de aire, es la siguiente:

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = \frac{1}{f};$$

donde n es el índice de refracción de la lente y f es su distancia focal. A la fórmula anterior se le llama de las *lentes delgadas* (en el aire).

Análogamente, las fórmulas para el aumento dado por cada superficie, cuando se combinan quedan:

$$m = m_1 \times m_2 = -\frac{v}{u}.$$

Debe notarse que el valor de v correspondiente a $u = \infty$, es la distancia focal f. En otras palabras los rayos paralelos que provienen de una fuente infinitamente distante, se "enfocan" en un punto.

Consideraciones gráficas. Tratando una lente de vidrio doble convexo como una combinación de dos prismas con la base común (Fig. 115) puede verse que los rayos de luz paralelos al eje de la lente (base común de los prismas) se desvían por re-

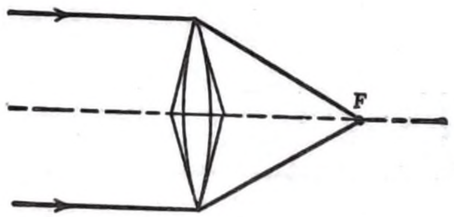


FIG. 115

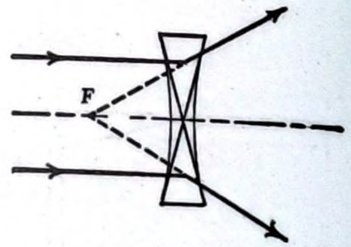


FIG. 116

fracción (acercándose a la normal en la superficie aire-vidrio, y alejándose de ella en la superficie vidrio-aire) llegando a un punto común F. Este tipo de lentes se llama una *lente convergente*.

Por otro lado, una lente de vidrio bicóncava desvía los rayos de luz, que le llegan paralelos al eje, como se indica en la Fig. 116. Este tipo de lente se llama *lente divergente*. Tiene un foco virtual F y, por lo tanto, en la fórmula de las lentes, una distancia focal negativa.

En el centro de una lente delgada, las superficies son aproximadamente paralelas; cuando un rayo de luz cae oblicuamente en un bloque de vidrio con superficies planas y paralelas, se refracta como en la Fig. 117. La desviación del rayo hacia la normal en la superficie aire-vidrio se anula por la desviación alejándose de la normal en la superficie vidrio-aire, por lo que el rayo emergente es paralelo al incidente, aunque desplazado lateralmente con una cantidad que es proporcional al espesor del bloque, esto es, a la separación de las dos superficies paralelas. Evidentemente, si la separación es despreciable, como en el caso de una lente delgada, el desplazamiento es despreciable. Por esta razón cualquier rayo que pase por el centro de una lente delgada no se desvía.

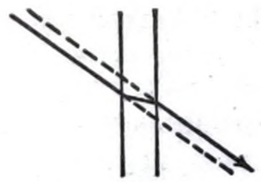


FIG. 117

Diagrama de rayos para las lentes. El análisis anterior de los rayos de luz, con respecto al prisma y a dos planos paralelos, puede servir para encontrar las imágenes que las lentes producen de los objetos. El procedimiento se indica a continuación.

LENTE CONVERGENTE, ESTANDO EL OBJETO MÁS ALLÁ DEL FOCO. (Fig. 118.)

1. Se dibuja un diagrama como en el caso de los espejos esféricos, con el objeto a la izquierda y en el eje de la lente. Marcar los focos (nótese que hay dos de ellos) a partir de la distancia focal conocida de la lente.

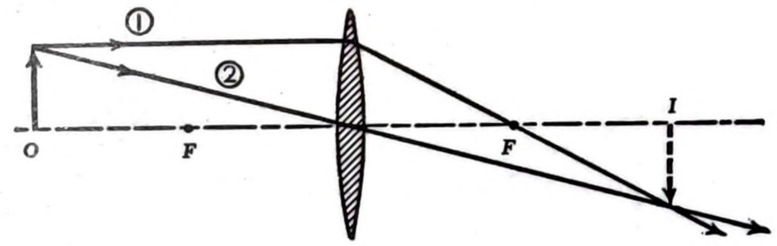


FIG. 118

2. Del extremo del objeto trazar el rayo paralelo al eje y, después de la refracción, pasarlo por el foco del otro lado de la lente.

3. Trazar un rayo del extremo del objeto dirigido hacia el centro de la lente. Este rayo sigue sin desviarse después de la refracción.

4. Donde se intersecan estos dos rayos después de refractarse es una reproducción (imagen) del punto de origen (objeto).

LENTE DIVERGENTE. Se sigue el mismo procedimiento, excepto que el rayo paralelo al eje, en lugar de pasar por el foco opuesto después de la refracción, diverge como si llegara del foco próximo, como se ve en la Fig. 119. En este caso la imagen es siempre virtual, está a la izquierda de la lente y es de menor tamaño que el objeto; además es siempre derecha.

LENTE CONVERGENTE, ESTANDO EL OBJETO ENTRE EL FOCO Y EL CENTRO. Como en el caso del otro sistema convergente, el espejo cóncavo, la naturaleza y localización de la imagen de un objeto depende de la localización del objeto con respecto al foco. Si el objeto está más próximo a la lente que al foco, la

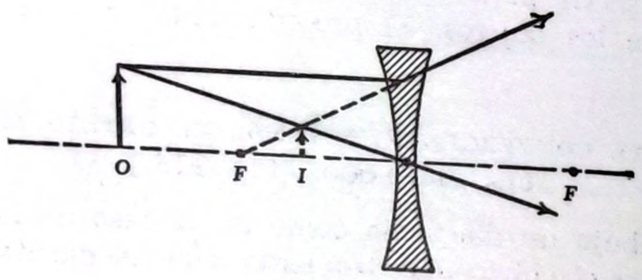


FIG. 119

imagen es virtual, derecha, más grande que el objeto y del mismo lado que él. Véase Fig. 120.

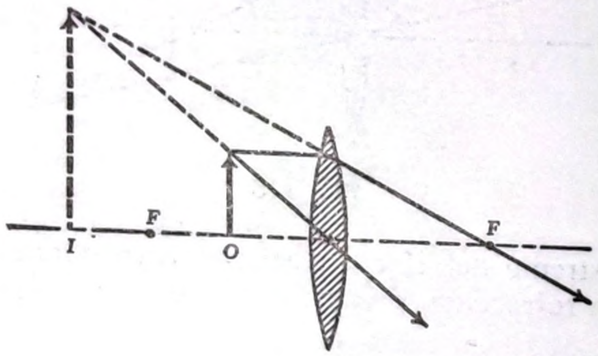


FIG. 120

PROCEDIMIENTO PARA RESOLVER PROBLEMAS

Dibujar siempre un diagrama de rayos, aunque no sea por otra razón que la de comprobar el cálculo con la fórmula de las lentes, tanto para la localización como para la naturaleza de la imagen. Los problemas numéricos referentes a las lentes, son aplicación de las fórmulas:

$$\frac{1}{u}+\frac{1}{v}=\frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$

$$m=-\frac{v}{u}$$

Nótese que las fórmulas para los espejos esféricos y para las lentes delgadas son sencillamente adaptaciones de la fórmula de los rayos paraxiales para una superficie esférica sencilla:

no deben imaginarse como fórmulas independientes involucrando convenciones diferentes.

PROBLEMA

Un objeto con la forma de una flecha vertical de 8 cm de altura, se encuentra a 24 cm y sobre el eje de una lente doble convexa, cuya distancia focal es de 16 cm. Localizar la imagen; ¿es ésta real o virtual, y qué tamaño tiene?

SOLUCION

Aplicar la fórmula:

$$\frac{1}{u}+\frac{1}{v}=\frac{1}{f},$$

$$\frac{1}{24}+\frac{1}{v}=\frac{1}{16}.$$

$$\frac{1}{v}=\frac{1}{16}-\frac{1}{24}=\frac{3}{48}-\frac{2}{48}=\frac{1}{48}$$

$$\therefore \quad v=+48.$$

(La imagen está a 48 cm de la lente y en el lado opuesto con respecto al objeto.) *Resp.*

$$m=-\frac{v}{u}=-\frac{48}{24}=-2$$

El signo menos significa que la imagen está invertida y, por lo tanto, es *real*.

El 2 significa que la imagen tiene doble longitud que el objeto, esto es, que es de 16 cm de altura. *Resp.*

DIAGRAMA DE RAYOS

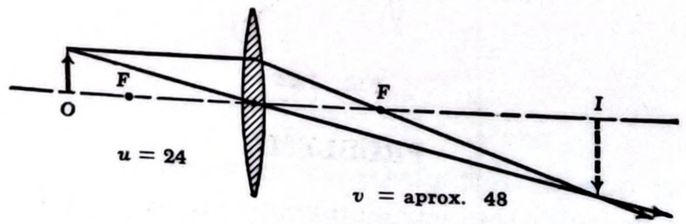


FIG. 121

PROBLEMA

Si en el problema anterior el objeto se acerca hasta 8 cm de la lente, ¿de qué tamaño será la imagen?

SOLUCION

Aplicando otra vez la fórmula:

$$\frac{1}{u}+\frac{1}{v}=\frac{1}{f},$$

$$\frac{1}{8}+\frac{1}{v}=\frac{1}{16}.$$

$$\frac{1}{v}=\frac{1}{16}-\frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{v}=\frac{1}{16}-\frac{2}{16}=-\frac{1}{16}$$

$$\therefore \quad v=-16 \text{ cm.}$$

Este resultado significa que la imagen está a 16 cm de la lente, y del mismo lado que el objeto. *Resp.*

$$m=-\frac{v}{u}=+\frac{16}{8}=+2$$

Esto significa que la imagen es derecha y virtual, por tanto, de doble tamaño que el objeto, es decir, de 16 cm de altura. *Resp.*

DIAGRAMA DE RAYOS

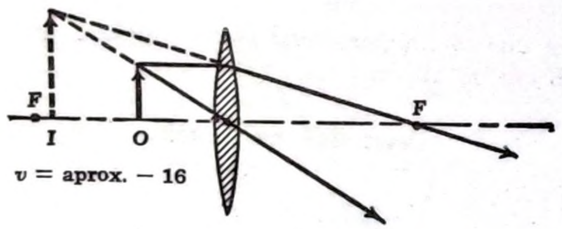


FIG. 122

PROBLEMA

Supongamos que en los dos problemas anteriores, la lente hubiera sido bicóncava con una distancia focal de 16 cm; calcular y determinar

la posición y tamaño de la imagen en cada caso, esto es, (a) el objeto a 24 cm y (b) el objeto a 8 cm.

SOLUCION

(*a*) Si $u = 24$ cm, $\quad \frac{1}{u}+\frac{1}{v}=\frac{1}{f}. \qquad \frac{1}{24}+\frac{1}{v}=\frac{1}{-16}$

$$\frac{1}{v}=-\frac{1}{16}-\frac{1}{24}=-\frac{3}{48}-\frac{2}{48}=-\frac{5}{48}$$

$$\therefore \quad v=-\frac{48}{5}=-9.6 \text{ cm.}$$

$$m=-\frac{v}{u}=+\frac{9.6}{24}=+0.4$$

Esto significa que la imagen está a 9.6 cm de la lente y del mismo lado que el objeto, es derecha y, por tanto, virtual, y es 0.4 veces el tamaño del objeto, por lo que tiene 3.2 cm de altura. *Resp.*

DIAGRAMA DE RAYOS

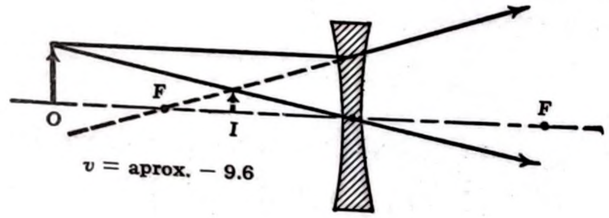


FIG. 123

(*b*) Si $u = 8$ cm: $\quad \frac{1}{u}+\frac{1}{v}=\frac{1}{f}. \qquad \frac{1}{8}+\frac{1}{v}=\frac{1}{-16}.$

$$\frac{1}{v}=-\frac{1}{16}-\frac{1}{8}=-\frac{1}{16}-\frac{2}{16}=-\frac{3}{16}.$$

$$\therefore \quad v=-16/3=-5\tfrac{1}{3} \text{ cm.}$$

$$m=-\frac{v}{u}=+\frac{16/3}{8}=\frac{2}{3}.$$

Esto significa que la imagen está a $5\frac{1}{3}$ cm a la izquierda de la lente, es derecha y, por tanto, virtual, y tiene $\frac{2}{3}(8)$ cm de altura, o sea 5.33 cm. *Resp.*

DIAGRAMA DE RAYOS

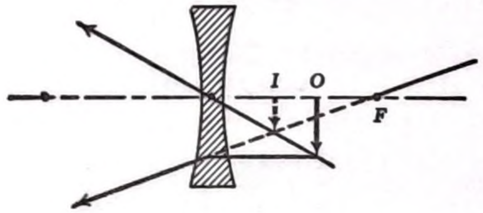


FIG. 124

PROBLEMA

Si la lente bicóncava, de 16 cm de distancia focal, del problema anterior es simétrica y hecha de vidrio ($n = 1.5$), ¿cuánto valen sus radios de curvatura?

SOLUCION

Utilizando la llamada fórmula de los fabricantes de lentes:

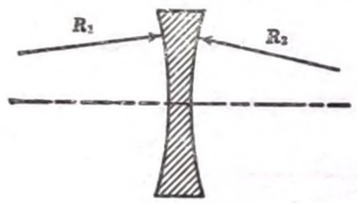


FIG. 125

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right).$$

$$\frac{1}{16} = (1.5-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right).$$

$$\therefore \quad \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = \frac{1/16}{1/2} = \frac{1}{8}.$$

En este caso R_1 es negativa y R_2 positiva.

$$\therefore \quad \frac{1}{-R_1} - \frac{1}{R_2} = -\frac{2}{R_2}.$$

$$\therefore \quad -\frac{2}{R} = -\frac{1}{8}.$$

$$R = 16.$$

Lo que significa que $R_1 = -16$ cm, y que $R_2 = +16$ cm. *Resp.*

Poder de las lentes. Debe notarse que entre más pequeña sea la distancia focal de una lente, mayor poder de refracción tiene, es decir, los rayos son más desviados. La recíproca de la distancia focal se define como *poder* (P) de la lente. El poder se expresa en *dioptrías* cuando la distancia focal se expresa en metros; las lentes convergentes tienen poder *positivo* y las divergentes, *negativo*.

PROBLEMA

Las lentes de unos anteojos tienen un poder de $\frac{3}{4}$ de dioptría; ¿cuánto vale su distancia focal?

SOLUCION

Un poder de $\frac{3}{4}$ de dioptría corresponde a una distancia focal de $\frac{4}{3}$ de metro o sea 133.3 cm. *Resp.*

PROBLEMA

La llamada lente convexocóncava tiene los siguientes radios de curvatura:

$$R_1 = +70 \text{ cm}; \quad R_2 = +50 \text{ cm}$$

¿Cuánto vale el poder de esta lente en dioptrías? Se supone $n = 1.5$.

SOLUCION

Dibujar el diagrama

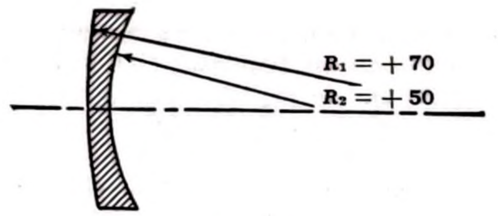


FIG. 126

Evidentemente esta lente es más gruesa en los bordes que en el centro, por lo que es una lente divergente o negativa.

Comprobar al aplicar la fórmula:

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

$$= (1.5 - 1)(1/70 - 1/50)$$
$$= .5\,\frac{(50 - 70)}{(3\,500)} = \frac{1(-20)}{2(3\,500)} = -\frac{1}{350}.$$

$$\therefore f = -350 \text{ cm o } -3.5 \text{ metros}$$

$$P = \frac{1}{f} = -\frac{1}{3.5} = -0.286 \text{ dioptrías.} \qquad \textit{Resp.}$$

PROBLEMAS: LENTES DELGADAS

1. Una lente convergente biconvexa tiene una distancia focal de +30 cm. (a) Calcular la distancia de la imagen de un objeto colocado a 20 cm de la lente. (b) ¿Está la imagen adelante o atrás de la lente? (c) ¿Cuánto vale el aumento? (d) ¿La imagen es real o virtual?
2. Una lente convergente tiene como radios de curvatura +40 cm y −30 cm, respectivamente, y un índice de refracción de 1.5. ¿Cuánto vale su distancia focal en el aire?
3. Una lente tiene un poder de −4 dioptrías. Expresar su distancia focal en centímetros e indicar si es convergente o divergente.
4. Un objeto de 1 cm de altura está en el eje principal y a 5 cm a la izquierda de una lente delgada, cuya distancia focal es de +10 cm. (a) ¿Dónde se forma la imagen? (b) ¿Qué tamaño tiene? (c) ¿Es derecha o invertida? (d) ¿Es real o virtual?
5. Si un objeto de 3 cm de altura está a 10 cm de una lente divergente, ¿dónde estará la imagen para que tenga 1.5 cm de altura y sea derecha? (Dígase la distancia y posición con respecto a la lente).
6. Un objeto se encuentra a 10 cm de una lente convergente de 15 cm de distancia focal; ¿dónde está la imagen? (Indíquese si está atrás o adelante y a qué distancia.)
7. Una lente plano-convexa, de índice de refracción 1.5, tiene un radio de curvatura de 20 cm; ¿cuánto vale la distancia focal?
8. Una lente delgada biconvexa ($R_1 = +50$ cm; $R_2 = -50$ cm) está hecha de un material cuyo índice de refracción es 1.80. (a) ¿Cuánto vale el poder de esta lente en dioptrías? (b) Localizar la imagen de un objeto colocado a 50 cm de la lente. (c) ¿Cuánto vale el aumento? (d) ¿Es la imagen derecha o invertida?
9. Un objeto de 6 cm de altura está a 30 cm de una lente biconvexa de 25 cm de distancia focal. (a) Localizar la imagen con un diagrama de rayos. (b) Encontrar la posición de la imagen aplicando la ecuación. ¿A qué distancia está la imagen? ¿Está atrás o adelante de la lente? (c) ¿Cuánto vale el tamaño de la imagen? (d) ¿La imagen es real o virtual, derecha o invertida?
10. Una lente divergente tiene, respectivamente, radios de curvatura de −30 cm y +40 cm. Su índice de refracción es 1.5. ¿Cuánto vale su distancia focal en el aire?
11. Calcular los radios de curvatura que debe tener una lente delgada biconvexa para que su distancia focal sea de 50 cm, si $n = 1.5$.

12. Una lente bastante satisfactoria para proyección vertical, puede hacerse llenando parcialmente un vidrio de reloj con un líquido. Si se pone agua en un vidrio de reloj de radio R, ¿cómo dependerá la distancia focal del radio de curvatura? Indice de refracción del agua = 1.33.
13. Un objeto de 2.0 cm de altura está a 30 cm de una lente convergente de 15 cm de distancia focal. (a) Calcular la posición de la imagen. (b) Calcular el tamaño de la imagen. (c) ¿Es ésta real o virtual? (d) Calcular el poder de la lente en dioptrías.
14. Una lente delgada divergente ($R_1 = -50$ cm; $R_2 = +50$ cm) es de vidrio con $n = 1.60$. Calcular: (a) La posición de la imagen de un objeto que está a 20 cm de la lente. (b) El aumento. (c) El poder en dioptrías de la lente.
15. Una lente de vidrio plano-convexa ($n = 1.5$) sirve para proyectar sobre una pantalla una imagen cuatro veces más grande que el objeto. Si el objeto está a 10 cm de distancia, ¿cuál será el radio de curvatura de la cara convexa de la lente?
16. Un objeto de 3 cm de la altura se coloca a 20 cm de una lente cuyo poder es de +4 dioptrías. ¿Dónde está la imagen y qué tamaño tiene? Dígase si la imagen es real o virtual, derecha o invertida.
17. Una lente de vidrio, cuyo índice de refracción vale 1.5, tiene $R_1 = +20$ y $R_2 = +15$ cm. Un objeto se encuentra a 30 cm de distancia de ella. Calcular la distancia de la imagen a la lente.
18. Una lente divergente tiene un poder de −5 dioptrías. Si se forma una imagen a 10 cm de esta lente, ¿dónde estará colocado el objeto?
19. El bisulfuro de carbono tiene un índice de refracción de 1.63. Comparar el poder de una lente de este material, formada llenando un molde biconvexo de paredes delgadas y cuyos lados tienen 20 cm de radio, con una formada llenando el molde con agua de índice igual a 1.33.
20. Una lente enfoca la luz del sol en una pantalla situada a 30 cm. Calcular cuánto debe moverse la pantalla para recibir la imagen de un objeto, conforme el objeto se mueve desde 5 000 hasta 50 cm de la lente.

Combinación de lentes. Los métodos gráficos y matemáticos para resolver problemas relacionados con lentes, sirven también para combinaciones de lentes, con tal que las lentes estén centradas en el mismo eje y que se encuentren razonablemente juntas. En este caso, la imagen producida por la primera lente sirve como objeto para la segunda, etc. Si, como en el caso de superficies múltiples, la imagen de la primera lente está atrás (a la derecha de) de la segunda lente, se trata como un objeto *virtual*, con relación a la segunda lente; esto exige una distancia negativa del objeto y un cuidado especial en el método de diagrama de rayos. Sin embargo, básicamente el procedimiento se-

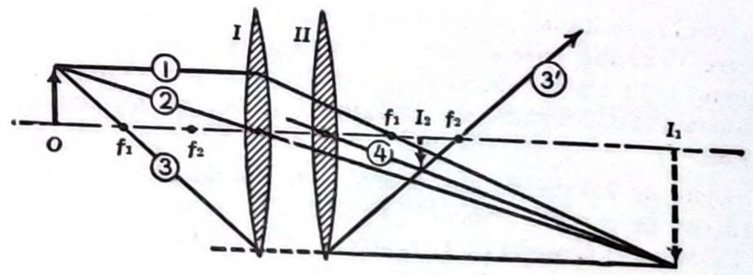


FIG. 127

guido requiere la misma pauta que el que sirve para una lente simple.

PROBLEMA

Una lente biconvexa, cuya distancia focal es de 20 cm se encuentra a 10 cm de otra lente igual. Localizar y describir la naturaleza y el tamaño de la imagen, formada por la combinación de las dos lentes, de un objeto de 8 cm de altura colocado a 30 cm y sobre el eje de la primera lente.

SOLUCION

Esta vez consideraremos primero el método del diagrama de rayos, para dar una idea general de la solución.

Se dibuja (1) el rayo paralelo al eje que después pasa por f_1; se dibuja (2) el rayo que pasa por el centro de la primera lente, localizándose así la imagen I_1 que daría la lente *I*. Pero por supuesto, esta imagen la elimina la lente *II*.

Ahora bien, de los rayos de luz que formarían la imagen I_1, se puede encontrar un rayo paralelo al eje; éste, designado como rayo (3) en la Fig. 127, debe provenir del foco f_1; cuando este rayo llega a la lente *II* debe desviarse pasando por el foco f_2, volviéndose el rayo (3′) debido a que el rayo era paralelo al eje antes de encontrar a la lente *II*.

Además, alguno de los rayos que formarían la imagen I_1, deberá pasar por el centro de la lente *II*: éste es el rayo (4) de la Fig. 127. Como este rayo pasa por el centro de la lente *II* no se desvía y donde se cruza con el rayo (3′) se forma la imagen I_2, la que se llama imagen final o imagen verdadera formada por el sistema.

Gráficamente, la imagen se encuentra a unos 13 cm de la segunda lente, es invertida y por tanto real, y mide aproximadamente 4 cm de altura.

MÉTODO DE LA FÓRMULA

Para la primera lente:

$$\frac{1}{u_1} + \frac{1}{v_1} = \frac{1}{f_1}.$$

$$\frac{1}{30} + \frac{1}{v_1} = \frac{1}{20}.$$

$$\frac{1}{v_1} = \frac{1}{20} - \frac{1}{30} = \frac{30 - 20}{600} = \frac{10}{600}. \qquad \therefore \quad v_1 = +60.$$

$$m = -\frac{v_1}{u_1} = \frac{-60}{30} = -2.$$

Estos resultados significan: la imagen I_1 está a 60 cm a la derecha de la lente *I*, es invertida, real, y de doble tamaño que el objeto, o sea de 16 cm.

Para la segunda lente:

$$\frac{1}{u_2} + \frac{1}{v_2} = \frac{1}{f_2}.$$

$$\frac{1}{-50} + \frac{1}{v_2} = \frac{1}{20}.$$

$$\frac{1}{v_2} = \frac{1}{20} + \frac{1}{50} = \frac{50 + 20}{1000} = \frac{70}{1000}.$$

$$\therefore \quad v_2 = +\frac{100}{7} = +14.3.$$

$$m = -\frac{v_2}{u_2} = -\frac{14.3}{-50} = +.29 \text{ aproximadamente.}$$

Estos resultados quieren decir que la imagen final está a 14.3 cm más allá de la lente *II*, es derecha con respecto a la imagen I_1, la que es invertida y real; por tanto la imagen final I_2 es invertida y real. Tiene aproximadamente 0.29 veces el tamaño de la imagen I_1, la que a su vez es de doble tamaño que el objeto. Por tanto, la imagen final vale 0.29(2) = 0.58 veces el tamaño del objeto, o sea 0.58(8) = 4.64 cm de altura. *Resp.*

PROBLEMA

Una lente biconvexa tiene 20 cm de distancia focal. En combinación con otra lente, tiene el par un poder de 4 dioptrías. ¿Cuánto vale la distancia focal de la segunda lente? La segunda lente, ¿es convergente o divergente?

SOLUCION

Los poderes, o convergencias, de las lentes son aditivas.

$$P = P_1 + P_2$$

Pero: $P_1 = 1/f = \dfrac{1}{-20} = 5$ dioptrías

$$\therefore\ 4 = 5 + P_2$$

$$P_2 = -1 \text{ dioptría}$$

$$f_2 = \frac{1}{P_2} = -\frac{1}{1} = -1 \text{ m}$$

$$= -100 \text{ cm} \qquad \textit{Resp.}$$

El signo negativo indica que la lente es divergente. *Resp.*

Aparatos ópticos. Debido a que las lentes y los espejos forman imágenes ópticas, es posible la construcción de aparatos ópticos, los que pueden usarse como ayudas visuales. Si un objeto no puede observarse convenientemente debido a su localización o a su tamaño, podrá formarse una imagen del tamaño apropiado y en posición más conveniente por medio de algún aparato óptico. También la imagen de un objeto puede formarse sobre una película fotográfica donde quedará preservada por medio de una reacción química apropiada. Aun el ojo es un aparato óptico cuya función, en parte, es formar en la retina una imagen del objeto que se observa. En general, los aparatos ópticos están formados por lentes o espejos o combinaciones de uno o más de ellos; a veces se incorporan prismas debido a su propiedad de cambiar la dirección de los rayos de luz.

Describiremos algunos aparatos ópticos, tratando como problemas sus diagramas de rayos.

El microscopio simple. Ya se ha demostrado que una lente convergente forma una imagen derecha, virtual y más grande que el objeto, si éste está más cerca de la lente que el foco. De este modo una lente usada como lupa puede considerarse como un aparato óptico, llamado microscopio simple. La lente de aumento, usada para leer una página impresa, es un ejemplo de microscopio simple.

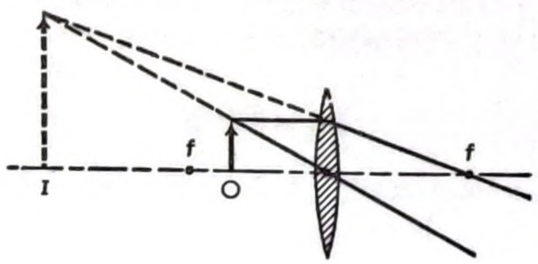


FIG. 128

Telescopio astronómico. Si un objeto se encuentra más allá del foco de una lente convergente, la imagen es real, invertida y del otro lado de la lente. Para observar la luna o cualquier otro objeto luminoso astronómico, que está demasiado lejos para verlo con cuidado, se forma primero una imagen real del objeto, como se acaba de mencionar, y entonces esta imagen real se observa a través de una segunda lente colocada de tal manera que la imagen quede entre su foco y dicha segunda lente. La primera lente se llama el *objetivo* y la segunda el *ocular*. La combinación dará una imagen virtual aumentada I_2 de la imagen real I_1 del objeto O, como se ve en la Fig. 129.

Microscopio compuesto. El microscopio compuesto funciona en cierto modo como telescopio astronómico, pero en este caso el

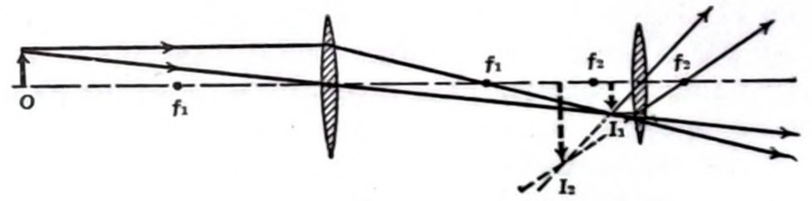


FIG. 129

objetivo tiene una distancia focal muy corta comparada con la del ocular. El objetivo de un telescopio astronómico tiene una distancia focal muy grande comparada con la del ocular.

Anteojo terrestre o anteojo de larga vista. Debido a que la imagen obtenida con un telescopio astronómico está invertida, este instrumento no es apropiado para observar objetos terrestres; sin embargo, utilizando una lente intermedia, la imagen puede ser reinvertida por lo que se ve derecha (Fig. 130). La primera imagen I_1 se forma más allá de la distancia focal de la segunda lente, la que formará una imagen real I_2 más allá de la lente. Esta segunda imagen I_2 debe formarse dentro de la distancia focal de la tercera lente, la que así formará una imagen virtual I_3 del mismo lado de la lente. I_3, por supuesto, es la imagen final (y la única imagen verdadera) que forma el sistema, siendo una imagen derecha. La principal desventaja de este arreglo es la longitud del aparato resultante, llamado a veces anteojo de larga vista.

Anteojo de Galileo (gemelos de teatro). Galileo inventó un modo ingenioso de producir una imagen derecha usando sólo dos

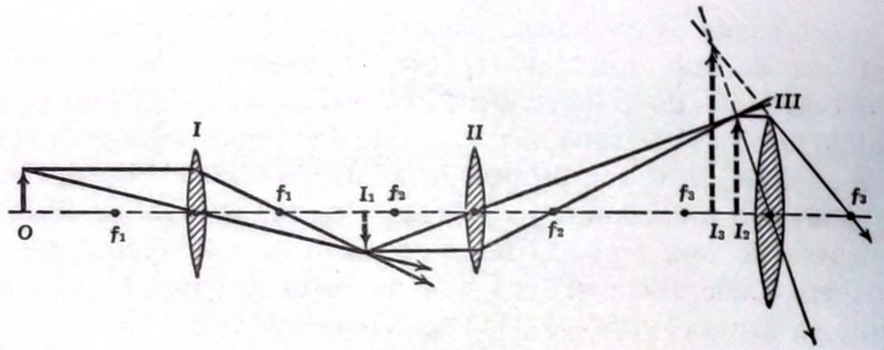


FIG. 130

lentes. El objetivo es una lente convergente pero el ocular es una lente divergente. El funcionamiento de este aparato puede verse en el diagrama de la Fig. 131. La imagen I_1 que debiera formarse por la lente *I* no se forma debido a la lente *II*, la cual, por ser una lente negativa hace divergir los rayos que parten de I_1 y los hacen aparecer como proviniendo de la imagen I_2, la que es virtual y derecha. En la práctica la separación de las lentes es generalmente menor que la que indica el diagrama, el que se ha exagerado con el propósito de hacer más claro el camino de los rayos.

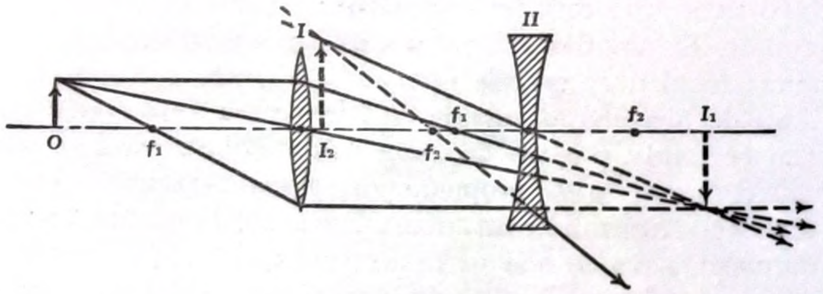


FIG. 131

Cámara fotográfica. Consiste esencialmente en una caja opaca, con un sistema de lentes convergentes montados en una abertura colocada en el frente, y de una pantalla para recibir la imagen, montada en la parte posterior. La lente forma una imagen real del objeto que se fotografía; esta imagen cae en la pantalla, la cual es una película de material sensible a la luz, que así preserva la imagen para un tratamiento posterior con sustancias químicas en un proceso llamado "revelado" (véase la Fig. 132).

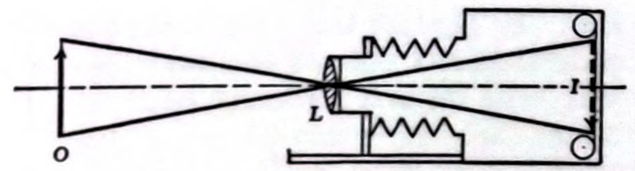
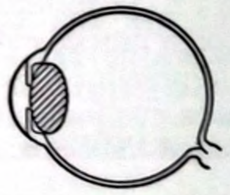


FIG. 132

El ojo y sus defectos. El ojo funciona de modo muy parecido a la cámara fotográfica. Un sistema de lentes convergentes forma una imagen real en la retina, la que consiste en una capa de tejido nervioso que se extiende sobre toda la parte interna y posterior del ojo y que constituye una prolongación del nervio óptico. El diseño luminoso que produce sobre la retina la imagen real, activa las terminaciones nerviosas del nervio óptico, que a su vez transmite el mensaje al cerebro: así se explica la visión.



Ojo

FIG. 133

La lente del ojo está unida de tal manera a los músculos que puede ser comprimida o estirada, cambiándose así su distancia focal y dando al ojo la propiedad de la acomodación.

Existen dos defectos comunes en el ojo humano: la *miopía* (vista corta) y la *hipermetropía* (vista larga). En el primer caso la colocación de una lente negativa al frente del ojo corrige la dificultad, y en el segundo la de una lente positiva. El ojo miope puede "ver" sólo objetos muy próximos, debido a una excesiva convergencia de la luz; como la lente negativa tiende a hacer divergir la luz se contrarresta la convergencia excesiva. El ojo hipermétrope hace convergir los rayos luminosos atrás de la retina, debido a una falla de la convergencia, la que se remedia por medio de una lente convergente suplementaria.

Problemas relativos a los anteojos. Evidentemente, la función de los anteojos consiste en colocar la imagen del objeto donde pueda verla el ojo. La distancia normal para leer se toma

como de 25 cm (10 plg); si un ojo miope puede ver, digamos, a sólo 15 cm de distancia y desea leer un letrero a 100 cm, necesita usar una lente de una distancia focal tal que forme una imagen a 15 cm.

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{100} + \frac{1}{-15} = \frac{1}{f}$$

donde el signo menos indica que la imagen está en el mismo lado de la lente que el objeto; por lo tanto:

$$\frac{1}{f} = \frac{15 - 100}{1\,500} = \frac{-85}{1\,500}$$

$$f = -17.6 \text{ cm}$$

Esto significa que debe usarse una lente divergente de -17.6 cm de distancia focal, o sea de $1/0.176 = 5.7$ dioptrías negativas.

PROBLEMA

Una persona que no puede ver claramente nada más cercano que a 60 cm, desea examinar los detalles de un objeto colocado a 20 cm. ¿Qué clase de anteojos y de qué poder debe utilizar?

SOLUCION

Se trata de una persona de vista larga, ya que la distancia normal de lectura, para un ojo promedio, es de unos 25 cm; esto sugiere que los anteojos apropiados deben tener una distancia focal tal, que la distancia de un objeto colocado a 20 cm del ojo, debe corresponder a una distancia de la imagen de -60 cm (el signo menos significa que la imagen está del mismo lado de la lente que el objeto).

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{20} + \frac{1}{-60} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{3}{60} - \frac{1}{60} = \frac{2}{60}$$

$\therefore$ $f = +30$ cm (lente convergente). *Resp.*

La potencia de la lente es $1/0.3 = 3.33$ dioptrías. *Resp.*

PROBLEMAS: COMBINACIONES DE LENTES E INSTRUMENTOS OPTICOS

1. Dos lentes convergentes se encuentran a 20 cm de distancia; la primera tiene una distancia focal de 40 cm y la segunda, de 25 cm. Encontrar el punto donde se reúnen los rayos paralelos incidentes en la primera lente.
2. Una lupa sirve para ver un objeto colocado a 2 cm de la lente. Calcular la distancia focal de la lente para que la imagen se forme a 25 cm de ella.
3. Un proyector consiste esencialmente en una caja con una lente que proyecta en una pantalla distante la imagen de una diapositiva. La distancia de la pantalla a la lente es de 24 pies y de la diapositiva a la lente de proyección, es de 1 pie. Calcular de qué tamaño debe aparecer en la pantalla una línea de una pulgada de largo.
4. Una lente delgada, de $+5$ cm de distancia focal, se coloca en contacto con otra lente delgada de -5 cm. (a) Encontrar la distancia focal de la combinación. (b) ¿Cómo se compara la distancia focal de esta combinación, con la distancia focal de una placa de vidrio de caras planas y paralelas? (c) ¿Cómo se podrá medir la distancia focal de una lente divergente?
5. Una lente divergente y una convergente se ponen en contacto, siendo la distancia focal de la combinación de $+30$ cm. Si la distancia focal de la lente divergente es de -20 cm, ¿cuánto vale la distancia focal de la lente convergente?
6. Dos lentes convergentes, *A* y *B*, son iguales, excepto en que el índice de refracción de *A* es de 1.5, y el de *B*, de 1.6. ¿Cuál lente tiene la mayor distancia focal?
7. Una lupa se coloca junto al ojo para ver un objeto. Calcular qué distancia focal debe tener para que la imagen se forme en el infinito, si el aumento de la lente es de 5 veces. ¡Nota! Puede demostrarse que cuando una lente se usa como lupa su aumento es $m = 25/f$ si la imagen está en el infinito, o $m = \frac{25}{f} + 1$, si la imagen se encuentra a 25 cm.
8. Un objeto de 2 cm de altura se coloca en el eje y a 20 cm de una lente convergente cuya distancia focal es de 15 cm. Si otra lente igual se coloca a 10 cm más allá de la primera, determinar la localización y el tamaño de la imagen formada por la combinación.
9. Una lente compuesta está formada por una lente convergente de 20 cm de distancia focal y una lente divergente, cuya distancia focal es de 30 cm. (a) Calcular a qué distancia debe colocarse un objeto pora producir una imagen virtual a 25 cm de la lente. (b) ¿Cuánto vale el poder de esta lente?
10. El objetivo de un telescopio forma la imagen de la Luna a la distancia de 200 cm. Calcular a qué distancia de esta imagen debe colocarse una lente de aumento para formar una imagen virtual a 25 cm de la lente y aumentada 6 veces.

11. Una persona hipermétrope no puede ver claramente un objeto que esté más cercano que 70 cm. Con objeto de ver con claridad una página impresa a 25 cm de distancia, calcular el poder que deben tener sus anteojos (tanto en signo como en magnitud).
12. Calcular la distancia focal de la lente de un proyector de diapositivas que deba "llenar" una pantalla de $5' \times 5'$, a la distancia de 10 pies, si la diapositiva es de 2×2 plg.
13. Una lupa tiene una distancia focal de 4 cm. (a) Calcular el aumento de la imagen, si ésta se proyecta hasta el infinito. (b) Si se proyecta a 25 cm. (Véase la nota del Problema 7).
14. Un amplificador fotográfico tiene una distancia focal de 4 plg. Calcular a qué distancia debe colocarse de una negativa de 4×5 plg para obtener una amplificación de 8×10 plg.
15. Una persona miope no puede ver distintamente objetos colocados más allá de la distancia de 6 plg; si utiliza unos anteojos cuya distancia focal es de -7 plg, ¿a qué distancia mínima debe colocarse un objeto para que esta persona lo pueda ver claramente?
16. Dos lentes convergentes forman un telescopio; el objetivo tiene una distancia focal de 30 cm y el ocular de 1 cm. Al ver un objeto distante, la separación de las lentes se ajusta para que la imagen se proyecte al infinito, es decir, la separación entre las lentes se hace igual a la suma algebraica de las distancias focales totales. (a) ¿Cuánto vale aproximadamente el aumento combinado cuando el instrumento se enfoca en un objeto infinitamente distante? (b) Cuando el instrumento se enfoca en un objeto colocado a 100 cm y la imagen final se forma a 25 cm del ocular, ¿cuánto vale el aumento?
17. Encontrar la posición, tamaño y naturaleza de la imagen que se forma cuando un objeto se coloca a 60 cm de una lente convergente, cuya distancia focal vale 40 cm, seguida a 15 cm por una segunda lente convergente, cuya distancia focal vale 30 cm.
18. Unos gemelos de teatro tienen objetivos de 4 plg de distancia focal con oculares de distancia focal de -1 plg. Al utilizarlos, se obtiene con ellos una imagen virtual, a 10 plg delante del ocular, de un objeto de 6 pies de altura, colocado a 25 pies delante del objetivo. Calcular: (a) el tamaño de la imagen virtual, (b) la separación de las lentes.
19. Una receta para unos anteojos dice "$D = -2$ dioptrías". (a). ¿Dónde está el punto lejano del ojo correspondiente? (b) ¿Dónde está el punto próximo del ojo si la receta dijera, "$D' = +2$ dioptrías"?

Capítulo 18

OPTICA FISICA

Un aparato óptico muy importante es uno que hace posible el análisis de la luz emitida por varias fuentes. Aunque podría haber sido tratado en el capítulo previo como un instrumento para formar imágenes ópticas, en realidad lleva a una serie de fenómenos que estudia la Espectroscopia.

El espectroscopio. El espectroscopio es un aparato que sirve para analizar las longitudes de onda de una fuente luminosa. Una de las formas se sirve de un prisma, el que refracta la luz de tal manera que la luz roja (longitudes de ondas largas) es desviada un ángulo menor que la luz azul (longitud de onda menor). Una rendija iluminada sirve como objeto, siendo la imagen una serie de rendijas sobrepuestas, una para cada longitud de onda presente en la fuente luminosa. La llamada luz blanca se dispersa en una banda de colores llamada *espectro* de la luz blanca.

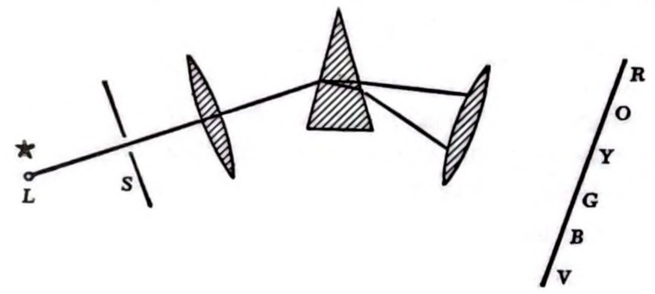


FIG. 134

Por medio del espectroscopio se han formulado ciertas leyes de la espectroscopia, pero puesto que estas leyes no son apropiadas para resolver problemas numéricos, no serán discutidas

aquí. La espectroscopia, sin embargo, se relaciona con la naturaleza de la luz y en consecuencia sirve como una conexión entre la óptica geométrica y la óptica física. Aunque esta última es un aspecto muy importante de la óptica, no será tratada con el detalle de la primera, porque un tratamiento cuantitativo está más allá del nivel matemático de un primer curso de Física.

Fenómenos de la óptica física. Los fenómenos que caracterizan a la óptica física son la interferencia, la difracción y la polarización; los tres relacionados con la naturaleza ondulatoria de la luz. Justamente como las ondas en el agua pueden ser sobrepuestas para obtener refuerzo y nulificación, puede la luz interferir constructiva y destructivamente; por esta razón el fenómeno se llama *interferencia*. Así como las ondas en el agua pueden desviarse alrededor de las esquinas, la luz se desvía, cambiando su dirección, cuando pasa cerca del borde de rendijas muy delgadas o por finas cratículas, fabricadas trazando líneas muy juntas en una superficie transparente o reflectora; este fenómeno se llama *difracción*. Ciertas sustancias cristalinas, como la turmalina, obligan a la luz a vibrar en planos específicos de tal manera que una vez que la luz ha pasado a través de un cristal, pasará solamente a través de un segundo cristal si éste está orientado del mismo modo que el primero; este fenómeno se llama *polarización*. Discutiremos ahora estos fenómenos sucesivamente, pero con mucha brevedad porque no llevan a problemas numéricos que estén dentro del ámbito de un curso de Física de primer año.

Interferencia. Cuando cae la luz en películas muy delgadas de materiales transparentes, podrá reflejarse tanto en la superficie anterior como en la posterior. Si el espesor de la película es del orden de unas pocas longitudes de onda, los dos rayos reflejados pueden encontrarse mutuamente en fase o fuera de fase, dependiendo si la diferencia de los caminos que han seguido es un número par o impar de medias longitudes de onda y de cómo es el índice de refracción de la película con relación al índice de refracción del medio donde se encuentra. Los interferómetros son aparatos que sirven para medir desplazamientos muy pequeños, utilizando un diseño de franjas de interferencia; cuando se produce un desplazamiento en uno de los componentes de su sistema óptico, se cuenta el número de franjas que cruzan a una marca de referencia, correspondiendo cada una a una fracción conocida de la longitud de onda de la luz utilizada; así es posible una medida muy precisa de muy ligeros desplazamientos.

Difracción. Debido a la naturaleza ondulatoria de la luz, la dirección de un rayo luminoso cambia en los bordes de las pantallas. La luz de una longitud de onda dada que atraviesa una cratícula, que consiste en gran número de rayas grabadas en una placa de vidrio con una delgada punta de diamante, se desvía un ángulo θ, de acuerdo con la relación siguiente:

$$n\lambda = d \operatorname{sen} \theta,$$

donde n es el "orden" de la interferencia, λ es la longitud de onda y d es la separación entre las rayas grabadas en la placa. Por medio de una "cratícula de difracción", la longitud de onda de la luz puede medirse con una gran precisión.

Polarización. La luz que pasa por un material polarizador es obligada a vibrar en un plano dado; este fenómeno puede observarse por medio de un segundo material polarizador, porque la segunda muestra debe orientarse exactamente como la primera para que la luz "polarizada" por el primero sea transmitida por el segundo. El primer material se llama *polarizador* y e segundo se llama *analizador*. El fenómeno de la polarización indica que la luz es un fenómeno ondulatorio, siendo las ondas transversales, más bien que longitudinales.

PROBLEMAS: INTERFERENCIA, DIFRACCION Y POLARIZACION

1. Una radiación cuya longitud de onda vale 6×10^{-5} cm se difracta en una cratícula de 5 000 líneas por cm. Calcular cuánto vale el seno del ángulo de desviación con respecto a la normal. (Difracción de primer orden).
2. Una cratícula de difracción tiene 14 600 líneas en una pulgada (espaciamiento de la cratícula de 0.000174 cm). Para la luz verde de longitud de onda = .0000546 cm, ¿cuánto vale el ángulo de difracción de primer orden?
3. Una fuente de luz monocromática se encuentra a 140 cm de una cratícula cuyo espaciamiento es de 0.000174 cm (correspondiente a 14 600 líneas por pulgada). Si la imagen de primer orden se encuentra a 50.4 cm de la imagen central recibida en una pantalla perpendicular a la luz no desviada, ¿cuánto vale la longitud de onda de la luz?

4. Una cratícula de 500 líneas por centímetro, se coloca a 100 cm de una rendija iluminada por luz filtrada de mercurio de 0.00005461 cm de longitud de onda. Calcular la distancia de la imagen central a la imagen de segundo orden, formadas en una pantalla perpendicular a la luz sin desviación.
5. Calcular cuántas líneas por centímetro debe tener una cratícula, para producir una difracción de primer orden a un ángulo de 20° con relación a la luz no desviada, si la luz utilizada tiene la longitud de onda de 0.0000589 cm.

Apéndice

SIMBOLOS, CONCEPTOS Y UNIDADES

Símbolo	Concepto	Unidades Brit. de Ing. (pie, slug, seg)	Unidades C.G.S. (cm, g, seg)
A	amplitud	pie	cm
a	aceleración	pie/seg^2	cm/seg^2
A	(a veces área)	pie^2	cm^2
B	inducción magnética		gauss
b	resistencia interna de una batería	ohm	ohm
C	compresibilidad	pie^2/lb	cm^2/dina
	compresión	lb	dina
	capacitancia eléctrica	farad	farad
°C	temperatura centígrada		
c	capacidad calorífica	B.T.U./lb/°F	cal/g/°C
d	densidad	slug/pie^3	g/cm^3
	distancia	pie	cm
E	intensidad del campo eléctrico		dina/estato-coulomb
	fuerza electromotriz	volt	volt
	iluminancia	pie-candela	metro-candela
E_c	energía cinética	pie-lb	dina-cm = erg
E_p	energía potencial	pie-lb	dina-cm = erg
E_v	módulo de volumen	lb/pie^2	dina/cm^2
F	fuerza	lb	dina
F_e	fuerza de empuje	lb	dina
f	distancia focal	pie	cm
g	aceleración de la gravedad	pie/seg^2	cm/seg^2
H	fuerza horizontal	lb	dina
	intensidad del campo magnético		dina/polo = oersted
h	altura	pie	cm
I	intensidad luminosa	candela	candela
	intensidad de la corriente	amp	amp

	intensidad de magnetización		polo/cm²
	momento de inercia	slug pie²	g-cm²
K	constante dieléctrica		estato-coulomb²/ dina cm²
°K	temperatura absoluta o Kelvin		
k	constante de proporcionalidad		
	resistividad eléctrica	ohm pie	ohm cm
L	coeficiente de autoinducción	henry	henry
	par de fuerzas	lb pie	dina cm
l	brazo de palanca	pie	cm
M	coeficiente de inductancia mutua	henry	henry
	momento magnético		polo cm
	permeabilidad magnética		polo²/dina cm²
m	polo magnético		polo
	masa	slug	gramo
mv	cantidad de movimiento	slug pie/seg	g cm/seg
N	fuerza normal	lb	dina
n	coeficiente de fricción	adimensional	
	coeficiente de rigidez	lb/pie²	dina/cm²
	frecuencia de vibración	número/seg	número /seg
	índice de refracción	adimensional	
P	potencia	pie lb/seg	dina cm/seg
	poder de una lente		dioptría
p	presión	lb/pie²	dina/cm²
Q	cantidad de calor	B.t.u.	cal
q	carga eléctrica		estato-coulomb o coulomb
R	resistencia eléctrica	ohm	ohm
	fuerza resultante	lb	dina
r	radio	pie	cm
s	desplazamiento	pie	cm
	constante de radiación	joule/seg/grado absoluto a la 4a. potencia	
T	peso específico	lb/pie³	gramo/cm³
	temperatura absoluta		°K
	periodo de vibración	seg	seg
t	tensión	lb	dina
	temperatura	°C, °F, °K	
u	tiempo	seg	seg
V	distancia del objeto al espejo o a la lente	pie	cm
	potencial eléctrico	volt	volt

	fuerza vertical	lb	dina
	volumen	pie³	cm³
v	distancia de la imagen al espejo o a la lente	pie	cm
	velocidad	pie/seg	cm/seg
w	peso	lb	dina
W	trabajo	pie-lb	dina-cm = erg
X	reactancia	ohm	ohm
Y	módulo de Young	lb/pie²	dina/cm²
Z	equivalente electroquímico		gramo/coulomb
	impedancia	ohm	ohm
α	aceleración angular	rad/seg²	rad/seg²
	coeficiente de dilatación térmica lineal	/°F	/°C
β	coeficiente cúbico de dilatación térmica	/°F	/°C
θ	ángulo	radián	radián
λ	longitud de onda	pie	cm
φ	desplazamiento angular	radián	radián
	flujo luminoso	lumen	lumen
	flujo magnético		línea = maxwell
ρ	radio de giro	pie	cm
ω	velocidad angular	radián/seg	radián/seg

RESPUESTAS DE LOS PROBLEMAS

Página 27

1. (b) 41 lb
   (c) −8 lb
   (d) 42 lb
2. 150 lb
3. 10 lb
4. (a) 20 lb
   (b) 4 lb
   (c) 0.2
5. 1.5
6. 5 lb, cero
7. 17.3 lb, 10 lb
8. cero
9. 36 lb, 56° de *A* (aprox)
10. cero

Página 33

1. (c) 577 lb
   (d) 1154 lb
2. (a) 40 lb
   (b) 17.3
   (c) 0.43
3. (c) 17.3 lb
   (d) 12.5 lb
   (e) cero
4. (b) arriba
   (d) 1.15 lb
5. (b) abajo
   (d) 25 lb
   (e) 0.192
6. 93.1 lb, 132 lb
7. 69.3 lb
8. 250 lb
9. $C = 120$ lb, $T = 134$ lb
10. 4 lb

Página 38

1. (a) 4330 pie lb
   (b) 17.3 pies
   (c) 34 600 pies lb
   (d) 38 900 pies lb
   (e) 1950 lb
2. (c) 135 lb
   (d) 450 pies lb
   (e) inferior
3. (b) 86.6 lb
   (c) 866 pies lb
   (d) mayor
   (e) 0.866
4. (a) 1 lb
   (b) 0.376 lb
   (c) 0.376 lb
   (d) 1.07 lb
5. (b) 4.8 lb
6. 100 lb, 60 lb
7. 143.3 lb
8. arriba: $V = 0, H = -45$ lb
   abajo: $V = 60$ lb, $H = +45$ lb
9. $V = 50$ lb hacia arriba; $H =$ cero
10. $T = 86.6$ lb, $F = 132$ lb

Página 50

1. (a) 30 min/hr
   (b) No
   (c) 4.4 pies/seg²
   (d) 660 pies
2. 4 seg
3. 400 seg
4. (a) 19.4 pies/seg²
   (b) 9.1 seg
5. 144 pies
6. 8.33 pies/seg² hacia el centro
7. 576 pies
8. (a) 2 seg
   (b) 64 pies
   (c) 48 pies hacia arriba
9. (a) 4.4 pies/seg²
   (b) 660 pies
10. 0.97 pies/seg² hacia el centro
11. 144 pies
12. 20 cm/seg²

Página 59

1. 12 lb
2. 2125 lb
3. 50 cm/seg² al oeste
4. 10.7 pies/seg²
5. (a) 5 slugs
   (b) hacia abajo
   (c) 4 pies/seg² hacia abajo
   (d) 160 lb
6. 62 pies/seg
7. 2 pies/seg² hacia abajo
8. 19.7 lb
9. 4.57 pies/seg²; 4.57 pies/seg², 6.85 lb
10. 1173 lb

Página 65

1. (a) 20 pies/seg²
   (b) 100 lb
   (c) 100 lb
   (d) 0.625
2. (a) 0.0001 slug
   (b) 8 pies/seg²
   (c) 0.0008 lb
   (d) 0.25
3. (a) 44 pies/seg
   (b) 970 pies/seg²
   (c) 0.69 slug pies/seg
4. (a) 6 pies/seg
   (b) 37.5 slug pies/seg
5. 8800 slugs pies/seg
6. (a) 720 pies/seg
   (b) 960 pies/seg
   (c) 45 seg
   (d) 43 200 pies
7. 484 lb
8. $T = 59$ lb, $R = 5.94$ pies
9. 6 pies, 20 pies/seg a 53° con la horizontal
10. 14 pies/seg
11. 4000 cm/seg

Página 71

1. (a) 2620 cm/seg
   (b) 2.67 seg
   (c) 51.4×10^7 ergs
   (d) 51.4×10^7 ergs
   (e) 51.4×10^7 ergs
2. 44 pies/seg
3. (a) 16 000 pies-lb
   (b) 9000 pies-lb
   (c) 7000 pies-lb
   (d) 20 lb
4. (a) 1.56 slugs pies/seg
   (b) 117 pies-lb
   (c) 117 lb
5. (a) 123.7 pies/seg
   (b) 2.30 seg
   (c) 50 pies-lb

   (d) 59.8 pies-lb
6. 693 pies-lb
7. 1920 pies-lb, 0.58 H.P.
8. (a) 3312 pies-lb
   (b) cero
   (c) 11 250 pies-lb
   (d) 11 250 pies-lb
9. 2 pies
10. 387 200 pies-lb, 8.8 pies/seg², 70.4 H.P.

Página 75

1. 100
2. 16
3. 700 lb
4. (a) 5.0
   (b) 6.0
   (c) 83.3%
5. 60 lb, 120 lb
6. 30 lb en el extremo
7. 300 lb
8. para que den una relación de 5 a 1

Página 80

1. (a) 126 pies/seg
   (b) 351.7 rads
2. 750 rads
3. (a) 5 rads/seg
   (b) 47.7 rev/min
   (c) 10 pies/seg
4. -10.47 rad/seg², 214 rev
5. (a) 2.09 rads/seg²
   (b) 20.9 rads/seg
6. (a) 25.1 rads/seg
   (b) 50.2 pies/seg
   (c) -0.84 rad/seg²

Página 86

1. (a) 6 pies/seg²
   (b) 9.75 lb
   (c) 19.50 pies-lb
   (d) 6.5 slug pie²
2. (a) 1.96 pies
   (b) 3.90 pies
   (c) 24 lb pie
   (d) 5 seg
3. (a) 15 cm/seg
   (b) 1.25 rad/seg
   (c) 225 000 ergs
   (d) 78 100 ergs
   (e) 30 000 g cm/seg
   (f) 125 000 g cm² rad/seg
4. (a) 1 slug pie²
   (b) 12 slugs pie² rad/seg
5. (a) 6.25 slugs
   (b) 200 lb
   (c) 0.08 rad/seg²
   (d) 125 seg
6. 5230 dinas
7. (a) 0.0587 slug pie²
   (b) 0.352 pie
   (c) -8.5 rad/seg²
   (d) 1.48 seg
   (e) 1.47 rev
8. 1.566 pies
9. 1.265 pies, 0.67 rad/seg²
10. 1.39 pies-lb

Página 92

1. (a) 0.1 seg
   (b) 5 plg
   (c) hacia abajo
2. (a) 6 cm
   (b) 113 cm/seg
   (c) cero
   (d) 2150 cm/seg²
   (e) 360 cm/seg²
   (f) cero
   (g) 6 450 000 dinas

3. (a) cero
   (b) 62.8 cm/seg
   (c) 200 cm/seg^2
   (d) cero
4. 4.2 seg
5. 986 cm/seg^2
6. 1.23 pies-lb
7. (a) 7.7 seg
   (b) 600 ergs
   (c) 600 ergs

Página 101

1. (a) 41 600 lb/plg^2
   (b) 0.00083
2. (a) 50 000 lb/plg^2
   (b) 1500 lb
3. 0.062 cm
4. 0.085 lb/plg^2
5. 3.33×10^5 dinas/cm^2

Página 107

1. 170 cm
2. (a) 3333 lb
   (b) 33.3 lb/plg^2
   (c) 10 lb/plg^2
3. (a) 40 lb/plg^2
   (b) 400 lb
   (c) 5.0
4. 20 000 lb
5. 480 lb/pie^2
6. 9200 lb
7. 584 000 lb
8. 89.4 lb/plg^2
9. 1750 lb
10. 18 700 lb

Página 110

1. 3000 ton
2. 624 lb
3. 624 lb
4. 1000 cm^3
5. (a) 0.4 lb
   (b) 1.5 lb
6. 0.367
7. 187 lb
8. 0.7
9. 19.25 pies^3
10. 0.431 pie^3

Página 112

1. 66.7 pie^3
2. 350 pies^3
3. 44.1 lb/plg^2
4. 13 650 plg^3
5. 34 pies

Página 115

1. (a) 1.2 pies^2
   (b) 6 pies^3/seg
2. (a) 2496 lb/pie^2
   (b) 75 pies/seg
   (c) tubo de 3 plg^2
   (d) 52 lb
3. 52.6 lb/plg^2, 4 veces

Página 120

1. 22.2/seg
2. 4
3. 1056/seg
4. 14.4×10^9 dinas/cm^2
5. 267 ciclos/seg

Página 125

1. 154 o 146
2. (a) 4 L
   (b) 4/3 L
3. (a) 2 L
   (b) L
4. (a) 160 cm
   (b) 215/seg
   (c) 32 cm
5. 360 cm

6. 1.5 pies
7. 2200 pies
8. 1190 ciclos/seg
9. (a) 442 c.p.s.
   (b) 357 c.p.s.
10. 13 c.p.s.

Página 135

1. 39°C
2. 8.33°C
3. 0.5 pie^3
4. 0.025 pie
5. 1.33×10^8 dinas/cm^2
6. 87.8°F
7. 5.54 pies
8. 1.32 cm^3
9. 30 lb/plg^2
10. 4.7 lb/plg^2

Página 141

1. (a) 18 000 cal
   (b) 606 cal
   (c) 634°C
2. 56.7 g
3. (a) 9000 cal
   (b) 303 cal
   (c) 580°C
4. 8.9°C
5. 95°C
6. 27.1°C
7. 3750 g
8. 15.75°C
9. 135 000 cal
10. 32.8 kg

Página 148

1. 2.21×10^6 cal
2. 50 000 cal/seg
3. 66%
4. 21%
5. 84 cal/min
6. 2.65×10^6 cal
7. 30 200 B.T.U.
8. 1.66 watts
9. 266°C
10. 9200 pies-lb/seg

Página 158

1. (a) 100 dinas
   (b) 3 dinas/est-cb hacia 100
   (c) 13.3 cm
   (d) cero
   (e) hacia 100
2. 0.6 est-cb
3. 48 dinas
4. (a) 4 dinas/est-cb
   (b) 8 dinas
   (c) hacia 400
   (d) 20 cm
5. 990 est-cb
6. cero
7. 120 dinas hacia -600
8. 405 000 est-cb

Página 166

1. 5 est-volt
2. 10 est-farad
3. (a) 120 est-volts
   (b) 40 est-volts
   (c) 160 ergs
   (d) 160 ergs
4. (a) 8 est-farads
   (b) 8 est-volts
   (c) 256 ergs
5. (a) 80 est-volts
   (b) 80 est-volts
   (c) 160 ergs
   (d) 160 ergs
   (e) 1200 dinas
6. (a) 40 est-volts
   (b) 15 est-farads
   (c) 33.3 est-volts
   (d) 8340 ergs
7. 8 est-farads
8. (a) 8 est-farads, 40 est-farads
   (b) 48 est-farads
   (c) 16 est-cb
   (d) 96 est-cb
9. (a) 2 est-farads

(b) 4 est-cb
(c) 1 est-volts

10. (a) 4 est-farads
(b) 4.8 est-cb
(c) 2.88 ergs
(d) 4.8 est-cb
(e) 0.8 est-volt

11. (a) 20 est-farads
(b) 40 000 est-volts
(c) 4 joules
(d) 4 dinas/est-cb

12. 925 est-volts
13. cero
14. 3.08 farads

Página 180

1. 5 ohm
2. 0.25 amp
3. 7.5 volts
4. 30 volts
5. 0.3 amp
6. 250 coul
7. 75 volts
8. 500 watts
9. 20 000 cm
10. 0.269 g
11. 1500 joules
12. 48 watts
13. 1.7 ohms
14. (a) 0.1 ohm
(b) 2.4 ohms
(c) 0.9 watt
(d) 21.6 watts
15. (a) 0.5 amp
(b) 2.5 volts
(c) 5 ohms
(d) 20 ohms
16. 2 160 000 joules
17. (a) 3 amp
(b) 3 amp
(c) 1.2 volts
(d) 1.2 volts
(e) 1.5 joules
(f) 3.6 watts
(g) 0.9 watt
18. 2400 watts
19. (a) 300 amp
(b) 3 volts
(c) 3 volts
(d) 60 joules
(e) 900 watts
(f) 6 volts
(g) cero
20. $ 0.50
21. 1.6 amp
22. (a) 0.13 amp
(b) 0.91 amp
(c) 885 ohms
23. $ 0.975
24. (a) 115 volts
(b) 8.83 amp
(c) 0.87 amp
(d) 221 ohms
25. 1.58 volts
26. (a) 2.67 volts
(b) 0.667 amp
27. 303 seg
28. 844 cal
29. 14.4°C
30. 1.5 volts
$R_a = 0.75$ ohm
$R_b = 1.5$ ohms

Página 189

1. 1.5 polos
2. 10 polos
3. 100 polos
4. 2 oersted
5. 0.156 oersted
6. 141.4 polos
7. 2.8 oersteds, 8000 polos cm
8. (a) 8 oersteds
(b) 4000 gausses
9. 72°
10. 0.643 oersted, 70° abajo de la horizontal

Página 196

1. 12 500 dinas
2. 1 250 dinas
3. 0.314 oersted
4. (a) 503 oersteds
(b) 603 600 gausses
(c) 1 207 000 líneas
5. 2.4 dinas
6. 63°
7. 0.598 amp
8. 159 vueltas
9. 10 cm
10. 24 000 dinas

Página 208

1. 3.77×10^{-5} volt
2. 5 henries
3. 3 120 000 ab-volt
4. 0.5×10^{-8} ab-volt

5. 1 volt
6. 2860 ab-volt
7. 10^7 ab-volt
8. 10^6 ab-volt
9. 200 cm/seg
10. 0.04 amp
11. 320 gausses
12. 3.08×10^{-5} amp
13. 0.094 volt
14. 0.4 volt
15. 0.00075 amp
16. 27.5 henries, 110 volts
17. 0.005 seg
18. 9.99×10^{-2} volt

Página 214

1. (a) 6 amp
(b) 8.5 amp
(c) cero
2. 1/3 amp
3. 50 ohms
4. (a) 10 amp
(b) 14.1 amp
5. 0.725
6. 1.045 amp
7. 2 amp
8. (a) 11 ohms
(b) 3.34 ohms
(c) 7.63×10^{-4} henries
9. (a) 2 amp
(b) 110 volts
(c) 4400 watts
10. 92 c.p.s.
11. 0.87
12. 55 ohms

Página 223

1. 4 pies-candela
2. 3.6 pies-candela
3. 46.1 candelas
4. 10 candelas
5. (a) 600 lúmenes
(b) 47.7 candelas
(c) 1 pie-candela
6. (a) 90 candelas
(b) 1/40 pie-candela
7. 57 600 lúmenes
8. 956 candelas
9. 0.0089 pie-candela
10. 3 pies
11. 62.8 pies-candela
12. 69 candelas
13. 4.87 pies-candela
14. 1.25 pies-candela
15. 13.9 pies-candela
16. 232 candelas
17. 1800 candelas
18. 64 lúmenses

Página 228

1. 9/16
2. 0.798
3. 1.67
4. 1.49
5. 5.41×10^{14}/seg
6. 0.459
7. (a) 4 pies atrás
(b) 6 pies
(c) 3 pies
(d) no
8. 45°
9. 1.25×10^{10} cm/seg
10. 1.525
11. 52.6 cm
12. 63°

Página 240

1. 120 cm
2. 75 cm al frente
3. (a) 10 cm
(b) 7.5 cm

(c) atrás
(d) virtual
4. 60 cm más allá; virtual
5. 0.75
6. 9 cm al frente
7. (a) virtual
(b) 1.2 pies
(c) no
(d) derecha
8. 3 pies
9. 8 cm
10. 3.99 pies
11. (a) en el centro
(b) ninguno
12. 4 pies
13. en el centro de curvatura; real
14. 1.41 plg abajo de la superficie
15. 2 plg más allá de la esfera
16. 36 plg más allá; 3 veces
17. 1.41 plg debajo de la superficie superior; 1.055
18. $1\frac{1}{3}$ plg abajo de la superficie superior
19. 1 pie al frente
20. 3 pies debajo; 6 pies de altura

Página 252

1. (a) −60 cm
(b) al frente
(c) 3
(d) virtual
2. 34.3 cm
3. 25 cm; divergente
4. (a) 10 cm a la izquierda
(b) 2 cm
(c) derecha
(d) virtual
5. 5 cm al frente
6. 30 cm al frente
7. +40 cm
8. (a) 3.2
(b) 83.3 cm más allá de la lente
(c) 1.67
(d) invertida
9. (b) 150 cm atrás
(c) 30 cm
(d) real, invertida
10. −34.3 cm
11. 50 cm
12. $f = 3\,R$
13. (a) 30 cm más allá de la lente
(b) 2 cm
(c) real
(d) 6.67
14. (a) 13.5 cm al frente
(b) 0.675
(c) 2.4
15. 4 cm
16. 100 cm, al frente de la lente; 15 cm de altura, virtual, derecha
17. 24 cm al frente de la lente.
18. 20 cm de la lente
19. 1.91 a 1
20. 44.8 cm

Página 261

1. 11.1 cm más allá de la segunda lente
2. 2.17 cm
3. 24 plg
4. (a) $f = \infty$
(b) lo mismo
5. +12 cm
6. *A*
7. 5 cm
8. 11.5 cm más allá de la segunda lente, 1.38 cm, invertida
9. (a) 17.6 cm
(b) +1.67 dioptrías
10. 4.17 cm
11. +2.57 dioptrías
12. 0.323 pies
13. (a) 6.25
(b) 7.25
14. 6 plg
15. 42 plg
16. (a) 30
(b) 11.14

17. 23.3 cm más allá de la segunda lente, M = −0.444, real
18. (a) 8.75 pies
(b) 2.9 plg
19. (a) 50 cm
(b) 16.7 cm

Página 265

1. 0.30
2. 0.314
3. 0.000059 cm
4. 65 cm
5. 5800 líneas/cm

INDICE

— A —

Ab-henry, 202
-volt, 200
Aceleración, 42
angular, 77
central, 42
de la gravedad, 44
Acomodación, 259
Ampere-Laplace, regla de, 191
Ampere, o amperio, 170, 173
internacional, 173
Amplitud, de una onda, 117
del movimiento armónico simple, 89
Analizador, 265
Angulo, crítico, 228
de declinación, 187
Aniones, 173
Anodo, 173
Anteojo, de Galileo, 257
de larga vista, 257
terrestre, 257
Anteojos, 259
Aparatos ópticos, 256-260
Atomo, 129
Audibilidad, 123
Autoinducción, 200, 201
Autoinductancia, 202
Avogadro, número de, 130

— B —

Barométrica, columna, 103
Batimentos, 118
Bernoulli, principio de, 114
Boyle, ley de, 111
Brazo, de momentos, 35
de palanca, 35
Brillo, 220
Británica, Unidad Térmica, 137
yarda, 17
Browniano, movimiento, 130

— C —

Caballo de fuerza, 68
Caída libre, 44
Calor, 129
conducción del, 143
convección del, 143
de fusión, 140
de vaporización, 140
equivalente mecánico del, 146, 170
específico, 137
radiación del, 143
transmisión del, 143
Caloría, 137
Cámara, 258
Cambio de estado, 139
Campo, de fuerzas eléctricas, 154
eléctrico, 154
Candela, 220
Cantidad de movimiento, 16, 63
conservación de la, 63
Capacidad, 162
térmica, 137
Capacitancia, 162-164
eléctrica, 162
unidades de, 163
Capacitor, 162
Carga, 153, 164
eléctrica, 153
negativa, 153
positiva, 153
unitaria, 154
unidad positiva de, 153
Cationes, 173
Cátodo, 173
Centígrada, escala de temperatura, 131
Centímetro, 17
Centro de gravedad, 22
C.G.S., unidades, 52
Cifras significativas, 18
Cinemática, de la rotación, 77
del movimiento de traslación, 41
Círculo de referencia, 89
Coeficiente, de autoinducción, 201
de compresibilidad, 99
de conducción térmica, 143
de dilatación, cúbica, 132
lineal, 132
térmica, 131
de fricción, 26
de inducción mutua, 200
de rigidez, 98
Columna barométrica, 103
Componentes de un vector, 23
Conceptos, 11
básicos, 16
de la electricidad, 153
de la resistencia eléctrica, 171
derivados, 16
Condensador, 163
Condiciones de equilibrio, 29, 35
Conducción, coeficiente de, 143
térmica, 143
Conservación, de la cantidad de movimiento, 64
de la energía, 67, 68
Constante dieléctrica, 153
Continuidad, ley de, 113
Convección térmica, 145
Convenciones de signo, 232
Corriente, adelanto de la, 211
alterna, 209, 210
atraso de la, 211
efectos, magnéticos de la, 190
químicos de la, 172
térmicos de la, 170
eléctrica, 169
intensidad de la, 169, 193

Coulomb, o coulombio, 173
ley de, 3
de las cargas eléctricas, 153
del magnetismo, 185
Cuerpo, negro, 145
rígido, 97, 98

— D —

Decibels, 123
Declinación, ángulo de, 187
Deformación unitaria, 98
Densidad, 101
de flujo magnético, 187
Desaceleración, 43
Desplazamiento, 42
angular, 77
del movimiento armónico simple, 89
Día solar medio, 17
Diamagnetismo, 187
Difracción, 265
Dilatación, 131
térmica cúbica, coeficiente de la, 132
térmica lineal, coeficiente de la, 131
Dina, 52
Dinámica, de la rotación, 80
lineal, 50
Dioptría, 251
Distancia focal, 243

— E —

Ebullición del agua, punto de, 130
Eje, de rotación, 35
instantáneo, 86
Elasticidad, 97
módulo de, 98
Electrólisis, ley de Faraday de la, 173
Electrolito, 173
Electrón, 129, 154, 169
Electrostática, 153
Elongación en el movimiento armónico simple, 89, 90
Energía, 67
cinética, 16, 67
conservación de la, 67, 68
de rotación, 81
total del movimiento desordenado de las moléculas, 129
Engrane con tornillo sinfín, 73
Equilibrio, 29
condiciones del, 29, 35
Equivalente, electroquímico, 173
mecánico del calor, 170
Erg o ergio, 159
Escala absoluta de temperatura, 133
Escalar, magnitud, 21, 160
Espectros, 263
Espectroscopía, 264
Espectroscopio, 263
Espejo, cóncavo, 234
convexo, 233
plano, 235, 236
Estado, cambio de, 139
Estato-coulomb, 154
Estato-farad, 163
Estato-volt, 159
Esterorradián, 220
Experimento de Melde, 118

— F —

Factor de potencia, 212
Fahrenheit, escala de temperatura, 130
Farad o faradio, 163
Faraday, 173
Ferromagnetismo, 187
Fluido, 97
de reposo, 102
en movimiento, 113
Flujo, de fluidos, currentilíneo, 113
estacionario, 113
estacionario, 113
Fórmula, de las lentes delgadas, 243
de los rayos paraxiales, 232
Fotometría, 220
Fotón, 219
Frecuencia, 89, 117
de los batimentos, 118
de resonancia, 211
Fricción, coeficiente de, 26
fuerza de, 26
ley de la, 26
Fuerza, 52
campo eléctrico de, 154
centrífuga, 60
centrípeta, 60
contraelectromotriz, 210
de fricción, 26
electromotriz, 169
alterna, 209, 210
fuerza contraelectromotriz, 201
inducida, 199
lateral, 193
latora, 193
línea, eléctrica de, 154
magnética de, 186
normal, 26
suma de, 22
Fuerzas, concurrentes, 28
conservativas, 67
disipativas, 68
impulso de las, 63
naturaleza de las, 21
no concurrentes, 35
paralelogramo de las, 23
Fusión, calor de, 140

— G —

Galvanómetro de tangentes, 192
Gas, 97, 132, 133
ideal, 111
Gases, ley de Boyle de los, 111
Gauss, 187
Gemelos de teatro, 257
Giro, radio de, 81
Gramo, 17, 52
Gravedad, aceleración de la, 43, 52
atracción de la, 22
centro de, 22
específica, 102

— H —

Henry o henrio, 202
Hidráulica, 113
Hidrostática, presión, 99
Hipermetropía, 259

— I —

Iluminación, 220
Iluminancia, 220
Imagen, real, 234
virtual, 235
Impedancia, 210
Impulso de una fuerza, 63
Indice de refracción, 226
Inducción, electromagnética, 199
magnética, 186
Inductancia, mutua, 200
Inercia, momento de, 81
Intensidad, de la corriente eléctrica, 169
de una fuente luminosa, 221
de magnetización, 187
del campo, eléctrico, 154, 155
magnético, 185, 186, 190, 191
Ion, 172

— J —

Joule, o julio, 146
ley de, 171

— L —

Kilogramo, 17

— K —

Lambert, 220
Lente, divergente, 244
objetivo, 257
Lentes, anteojos, 259
convergentes, 244
delgadas, 242
divergentes, 244
Ley, de Boyle, 111
de continuidad, 113
de Coulomb, 153
de Hooke, 98
de Joule, 98
de la fricción, 26
de la reflexión, 225
de la refracción, 225
de Lenz, 200
de Ohm, 170, 171
de Snell, 225
general de los gases, 133
Leyes, de la termodinámica, 146
del movimiento de Newton, 51
Libra, 52
masa, 17, 52
peso, 52
Límite elástico, 98
Línea, de flujo, 187
magnética de fuerza, 186
Líneas, de flujo, 187
de fuerzas, eléctricas, 154
magnéticas, 186, 190
Líquido, 97
Longitud, 16
focal, 243
de onda, 117
Lumen, 220
Luminancia, 220
Luz, 219
difracción de la, 264
interferencia de la, 264
naturaleza de la, 219
polarización de la, 264

— M —

Magnetismo, 185
ley de Coulomb del, 185
terrestre, 187
Magnetización, intensidad de, 187
Magnitud, escalar, 22
vectorial, 21
Mano, derecha, regla de la, 199
izquierda, regla de la, 193
Máquinas, 72
eficiencia de las, 72
Masa, 16, 21, 52
Materia, en conjunto, 101
naturaleza eléctrica de la, 154
teoría cinética de la, 129
Maxwell, 200
Mecánica, 21
ventaja real de la, 72
ventaja teórica de la, 72
Medidor de Venturi, 114
Melde, experimento de, 118
Método, de las componentes, 23
de las mezclas, 137
Metro, 17
patrón internacional, 17
Mezclas, método de las, 137
Microscopio, compuesto, 257
simple, 256
Milímetro, 17
Miopía, 259
Módulo, de elasticidad, 98
de volumen, 98
de Young, 98
Moléculas, 129
movimiento desordenado de las, 129
Momento, como las manecillas del reloj, 36
contrario a las manecillas del reloj, 36
de inercia, 80
de una fuerza, 35
magnético, 186
Momentos, brazo de, 35
Movimiento, armónico simple, 89, 90
Browniano, 130
circular uniforme, 44
de rotación, 28, 77
de traslación, 28
cinemática del, 41
de los proyectiles, 61
frecuencia del, 117
leyes de Newton sobre el, 51
molecular desordenado, 129
ondulatorio, 117
pendular, 91
periódico, 89
uniforme, 42
uniformemente acelerado, 43, 44
velocidad del, 118
Movimientos periódicos, 89

— N —

Naturaleza eléctrica de la materia, 154
Neutrón, 129
Nodos, 118
Número de Avogadro, 130

— O —

Objetivo, 257
Objeto virtual, 253
Ocular, 257
Oersted, 186, 191
Ohm, 170, 172, 174
Ojo, 259
Onda, estacionaria, 118, 121
fundamental, 121
Ondas, amplitud de las, 117
longitudinales, 117
refracción de las, 118
torsionales, 117
transversales, 117
Optica, física, 219, 263, 264
geométrica, 219, 231
Opticos, aparatos, 256-260

— P —

Palanca, 73
brazo de, 35
Paralelogramo de las fuerzas, 23
Paramagnetismo, 187
Péndulo, 91
Periodo, 89
Permeabilidad magnética, 185
Peso, 22
específico, 102
Pie, 17
Plano inclinado, 73
Poder de las lentes, 251
Polarización, 264, 265
Polarizador, 265
Polea, 73
Polo, magnético norte, 185
norte unitario, 185

Polos magnéticos, 185
Posición, 41
  angular, 77
Potencia, 68
  de la C.A., 212
  de las lentes, 251
  eléctrica, 158
  factor de, 212
Potencial, 158, 159, 163
  absoluto, 159
  diferencia de, en electricidad, 158
  eléctrico, 158
Poundal, 52
Presión, atmosférica, 103
  de un gas, 129
    ley de Boyle sobre la, 111
  hidrostática, 99
Primario del transformador, 202
Primera condición de equilibrio, 29
Principio de, Arquímedes sobre la flotación, 107
  Bernoulli, 114
  Doppler, 119
  Pascal, 103
Protón, 129
Puente de Wheatstone, 179, 180
Pulgada, 17
Punto, de ebullición del agua, 130
  focal, 234

— R —

Reactancia, 210
  capacitiva, 211
  inductiva, 211
Radiación térmica, 143, 145
Radián, 78
Radio de giro, 81
Raíz cuadrada media, 210
Rapidez, 42
Rayos paraxiales, 232
Reflexión, de una onda, 118
  ley de la, 225
  regular, 225
  total, 226
    interna, 226
Refracción, de una onda, 118
  índice de, 226
  ley de la, 225
Regla, de Ampere-Laplace, 191
  de la mano derecha, 199
  de la mano izquierda, 193
Resistencia, eléctrica, 169, 170, 171
  específica, 171
  externa, 169-170
  interna, 170
Resistividad, 171
Resultante de vectores, 23
Rotación, cinemática de la, 77
  eje de, 35
  energía de, 81
  movimiento de, 28, 77

— S —

Secundario del transformador, 202
Segunda condición de equilibrio, 35
Signos convenciones de, 232
Sistema métrico de ingeniería, 52
Slug, 52
Snell, ley de la refracción de, 226
Sobretonos armónicos, 119, 122
Sólido, 97
Sonido, 121
  características del, 123
  cualidades del, 123
Superficie, equipotencial, 160
  esférica única, 231, 232

—T—

Tangentes, galvanómetro de, 192
Teatro, gemelos de, 257
Telescopio, astronómico, 257
  de Galileo, 257
  terrestre, 257
Temperatura, 129, 130
  escala de, absoluta, 133
    centígrada, 130
    Fahrenheit, 130
Tensión en el experimento de Melde, 118
Teoría, cinética, 129
  cuántica, 145
  de la materia, 129
Termometría, 130
Tiempo, 16
Timbre del sonido, 123
Tono, 123
Torno, 13
Trabajo, 67
Transformador, 202
  primario del, 202
  secundario del, 202
Transmisión del calor, 143
Tubo, abierto, 121, 122
  cerrado, 121

—U—

Unidad, de fuerza de Newton, 53
  electrostática, 154
  Térmica Británica, 137
Unidades, 45, 51
  absolutas métricas, 52
  británicas de Ingeniería, 52
  C. G. S., 52
  de capacitancia, 162
  de inductancia, 201
  electrostáticas, 154
  M. K. S., 53

—V—

Valencia, 173
Valor, cuadrático medio, 210
  efectivo de la corriente, 210
Vector, flecha, 22
Vectores, componentes de, 23
  magnitudes de los, 21
  resultante de, 23
Velocidad, 41
  angular, 77
  de la onda, 118
  del movimiento armónico simple, 90
  instantánea, 42
  media, 13, 42
Ventaja mecánica, real, 72
  teórica, 73
Venturi, medidor de, 114
Vientre o antenodo, 118
Volt voltio, 159, 170, 174
Volumen, módulo de, 98

—W—

Watt vatio, 170
Wheatstone, puente de, 179, 180

—Y—

Yarda, 17

NOTAS

NOTAS

ESTA EDICION DE 3,000 EJEMPLARES SE TERMINO DE IMPRIMIR EL 10 DE OCTUBRE DE 1969, EN LOS TALLERES DE LA CIA. EDITORIAL CONTINENTAL, S. A. MEXICO